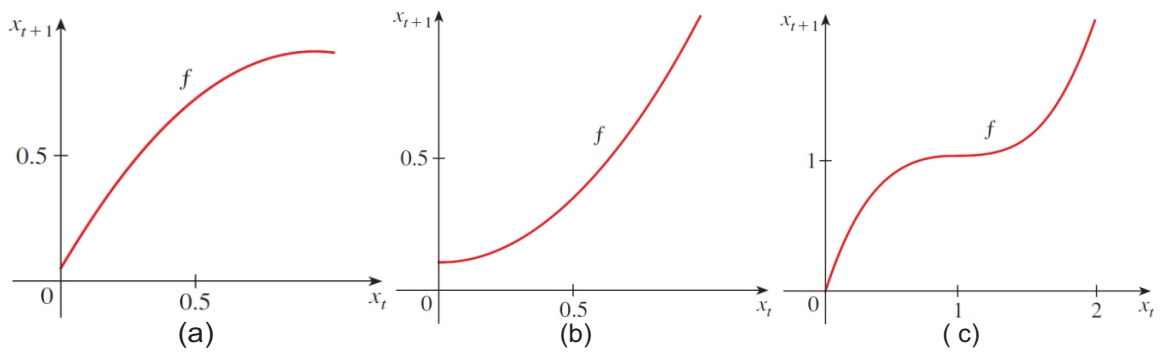


1. Untuk Berikut adalah grafik fungsi rekursif  $x_{t+1} = f(x_t)$ . Berilah estimasi titik kesetimbangannya, kemudian gunakan metode jaring laba-laba untuk menentukan kestabilannya.



2. Tentukan titik-titik kesetimbangan persamaan beda berikut, Kemudian gunakan fungsi turunan untuk memeriksa kestabilannya.

a.  $x_{t+1} = x_t^2$       b.  $x_{t+1} = 1 - x_t^2$       c.  $x_{t+1} = \frac{x_t}{x_t+0.2}$       d.  $x_{t+1} = \frac{3x_t}{x_t+1}$   
e.  $x_{t+1} = 10e^{-2x_t}$       f.  $x_{t+1} = x_t^3 - 3x_t^2 + 3x_t$

3. Tentukan titik-titik kesetimbangan persamaan beda berikut. Kemudian tentukan apakah stabil atau tidak stabil. Gunakan metode jaring laba-laba untuk menentukan  $\lim_{t \rightarrow \infty} x_t$  untuk nilai awal  $x_0$  yang diberikan.

a.  $x_{t+1} = \frac{x_t^2}{x_t^2+3}$ ,  $x_0 = 0.5$ ,  $x_0 = 2$ .  
b.  $x_{t+1} = \frac{7x_t^2}{x_t^2+10}$ ,  $x_0 = 1$ ,  $x_0 = 3$ .

4. Tentukan titik-titik kesetimbangan persamaan beda berikut. Kemudian tentukan syarat bagi nilai  $c$  agar titik kesetimbangan itu stabil.

a.  $x_{t+1} = \frac{cx_t}{x_t+1}$       b.  $x_{t+1} = \frac{x_t}{x_t+c}$

5. Tentukan anti turunan dari fungsi-fungsi berikut.

a.  $f(t) = 6\sqrt{t} - \sqrt[6]{t}$       b.  $f(t) = 3e^x + \sec^2 x$       c.  $f(t) = \frac{1+x-x^2}{x}$

6. **Persamaan beda logistik** Selidiki *long term behaviour*  $x_t$  yang didefinisikan oleh dari persamaan beda logistik  $x_{t+1} = cx_t(1 - x_t)$  dengan menggunakan jaring laba-laba serta dan menggambarkan 10 suku pertama  $(x_1, x_2, \dots, x_{10})$ , untuk tiap nilai  $c$  dan  $x_0$  yang diberikan.

a.  $c = 0.8$ ,  $x_0 = 0.6$       b.  $c = 1.8$ ,  $x_0 = 1.1$       c.  $c = 2.7$ ,  $x_0 = 0.1$       d.  $c = 3.6$ ,  $x_0 = 0.4$

7. Tentukan solusi masalah nilai awal berikut

a.  $\frac{dm}{dt} = 100e^{-0.4t}$ ,  $t \geq 0$ ,  $m(0) = 50$       b.  $\frac{dy}{dt} = t^2 + 1 + \frac{1}{t^2+1}$ ,  $t \geq 0$ ,  $y(0) = 6$ .  
c.  $\frac{dy}{dt} = e^{-t}(1 + e^{2t})$ ,  $t \geq 0$ ,  $v(0) = 3$ .

8. Tentukan  $f$  jika diketahui

a.  $f'' = 6x + 12x^2$       b.  $f'(x) = 2x - \frac{3}{x^4}$ ,  $x > 0$ ,  $f(1) = 3$ .  
c.  $f''(x) = 2e^x + 3 \cos x$ ,  $f'(0) = 1$ ,  $f(\pi) = 0$       d.  $f''(x) = 8x^3 + 5$ ,  $f(1) = 0$ ,  $f'(1) = 8$ .

9. **Drug pharmacokinetics** Seorang pasien diberi obat melalui suntikan, dengan dosis 1.2 mg/mL, (injeksi) setiap 8 jam, . Sesaat sebelum injeksi, konsentrasi obat sudah berkurang 40%.

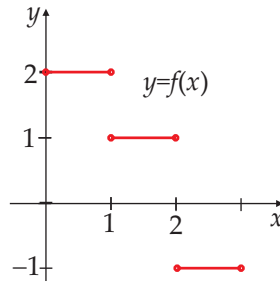
- (a) Jika  $Q_n$  adalah konsentrasi obat dalam tubuh pasien tidka lama setelah menerima suntikan, tuliskan persamaan beda yang menyatakan  $Q_{n+1}$  sebagai fungsi dari  $Q_n$ .  
(b) Tentukan titik kesetimbangan persamaan beda tersebut di atas.

(c) Buatlah *cobwebbing* (jaring laba-laba) persamaan beda pada bagian a.

10. **Sustainable harvesting** Tentukan titik kesetimbangan dan tentukan jenis kestabilan model panen berkelanjutan (*sustainable harvesting*):

$$N_{t+1} = N_t + rN_t \left(1 - \frac{N_t}{K}\right) - hN_t.$$

11. Berikut adalah grafik dari  $f'(x)$ . Skets grafik  $f$  jika diketahui bahwa  $f$  kontinu pada  $[0, 3]$ ,  $f(0) = -1$ ,



12. Tentukan  $f$  jika  $f'(x) = x^3$  dan garis  $x + y = 0$  menyinggung grafik  $f$ .
13. **Bacteria culture** Kultur bakteri *Rhodobacter sphaeroides* awalnya memiliki 25 bakteri dan  $t$  jam kemudian populasi kultur naik dengan laju  $3.4657e^{0.1386t}$  bakteri per jam. Tentukan populasi pada kultur setelah 4 jam.
14. Massa awal sampel cesium-137 adalah 75 mg. Sampel tersebut meluruh dengan laju  $1.7325e^{-0.0231t}$  mg per tahun. Tentukan massa setelah 20 tahun.
15. Batu dijatuhkan dari ketinggian 450 meter.
- Tentukan ketinggian batu  $t$  detik sejak dijatuhkan (asumsikan  $g = 9.8$  m/detik<sup>2</sup>).
  - Tentukan  $t$  saat batu sampai di tanah.
  - Tentukan kecepatan batu saat sampai di tanah.
16. Jika rem mobil diinjak penuh maka akan menghasilkan perlambatan 11 feet per detik<sup>2</sup>. Tentukan jarak terpendek yang diperlukan sebuah mobil untuk berhenti jika kecepatan mobil 60 mil per jam. (1 mil = 5280 feet)
17. Amir sedang mengendarai mobil di jalan raya dengan laju 60 mil/jam (88 ft/detik), ketika ia melihat kecelakaan terjadi 242 ft didepannya. Seketika itu juga ia menginjak rem. Hitunglah perlambatan (konstan) yang harus diberikan oleh rem agar ia tidak terlibat dalam kecelakaan tersebut.
18. Demi keselamatan berkendara, kepolisian menetapkan bahwa rem setiap motor harus dapat menghentikan motor yang melaju 50 km/jam dalam 14 m. Tentukan perlambatan yang harus diberikan oleh rem.
19. Diketahui bahwa laju pertumbuhan populasi mengalami fluktuasi musiman, menurut hubungan

$$\frac{dN}{dt} = 3 \sin(2\pi t)$$

dengan  $t$  dalam tahun,  $N(t)$  adalah populasi (dalam ribuan) pada saat  $t$ . Jika  $N(0) = 10$ , tentukan  $N(t)$ . Bagaimanakah fluktuasi laju pertumbuhan musiman tercermin dalam ukuran populasi?

20. (T. Koizumi, G.C. Ritthidej, and T. Phaechamud, "Mechanistic modeling of drug release from chitosan coated tablets," *Journal of Controlled Release*, Vol. 70, pp. 277-284 (2001).) Seseorang yang menderita demam memakan obat berbentuk tablet bulat. Misalkan  $Q(t)$  adalah jumlah obat yang telah dilepas sampai waktu  $t$ . Maka  $Q(t)$  memenuhi persamaan diferensial

$$\frac{dQ}{dt} = 3kQ_0^{\frac{1}{3}}(Q_0 - Q)^{\frac{2}{3}},$$

dengan  $k$  adalah konstanta dan  $Q_0$  adalah jumlah total obat yang terkandung dalam tablet. Tentukan fungsi  $Q(t)$ .