

Tutorial 9 MA1102 Matematika 1B (4.3-4.4), Semester 1 tahun 2018/2019

1. Tentukan limit berikut. Jika dalil l'Hospital tidak dapat digunakan, jelaskan.

$$\begin{array}{llll}
 \text{a. } \lim_{x \rightarrow \infty} x^3 e^{-x^2} & \text{b. } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}} & \text{c. } \lim_{x \rightarrow 0^+} \sin x \ln x & \text{d. } \lim_{x \rightarrow \infty} (x - \ln x) \\
 \text{e. } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x+\ln x}{1+\cos \pi x} & \text{f. } \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1+2x}-\sqrt{1-4x}}{x} & \text{g. } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+x}-x) & \text{h. } \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right) \\
 \text{i. } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} & \text{j. } \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} \frac{\sec x}{\tan x} & &
 \end{array}$$

2. Urutkan fungsi-fungsi berikut menurut laju pertumbuhan jika $x \rightarrow \infty$, dari yang paling cepat ke yang paling lambat.:

(a) $y = 2^x, y = 3^x, y = e^{\frac{x}{2}}, y = e^{\frac{x}{3}}$.

(b) $y = x + e^{-x}, y = 10 \ln x, y = 5\sqrt{x}, y = x\sqrt{x}$.

3. Tentukan dua bilangan positif yang hasil kalinya 100 dan jumlahnya minimum.

4. **Crop yield** Model yang digunakan untuk hasil panen Y sebagai fungsi dari kadar nitrogen N dalam tanah adalah

$$Y = \frac{kN}{1 + N^2},$$

dengan k positif. Tentukan kadar nitrogen yang memberikan panen tertinggi.

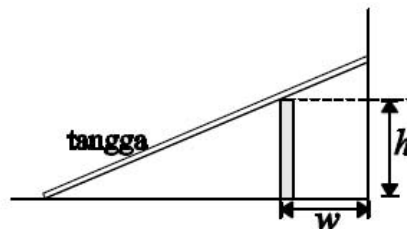
5. Tentukan titik pada garis $y = 2x + 3$ yang terdekat ke a. titik asal $(0, 0)$ b. titik $(2, 0)$.

6. Tentukan titik pada kurva $y = \sqrt{x}$ yang terdekat ke titik $(3, 0)$.

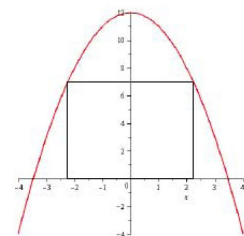
7. Sebuah kabel panjang 100 cm dibagi dua: satu bagian dibentuk jadi persegi, satu bagian lagi dibentuk menjadi segitiga sama sisi. Dimana kabel itu harus dipotong agar (a) jumlah luas kedua bangun itu minimum. (b) jumlah luas kedua bangun itu maksimum. (Diperbolehkan tidak memotong.)

8. Hendak dibuat sebuah kotak dengan volume V dan alasnya berbentuk persegi. Bahan untuk alas harganya per inci² 20% lebih mahal dibanding harga bahan sisinya. Harga bahan bagian atasnya per inci² 50% lebih mahal dari harga bahan sisinya. Tentukan ukuran ekonomis dari kotak tersebut.

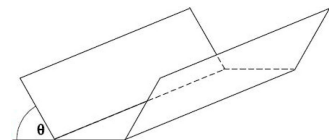
9. Sebuah pagar tinggi h , berjarak w dari sebuah gedung tinggi, lihat gambar. Tentukan panjang minimal dari tangga yang dapat bersandar di pagar, sedangkan ujung kirinya mencapai tanah, ujung kanannya menyentuh gedung.



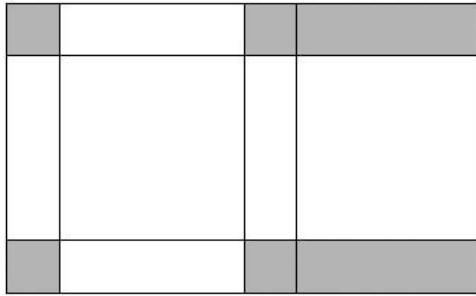
10. Sebuah persegi panjang dibuat di atas sumbu- x , dan di bawah parabola $y = 12 - x^2$, dengan $y \geq 0$, sedemikian sehingga kedua titik ujung persegi menyentuh parabola. Tentukan ukuran dari persegi panjang yang memberikan luas maksimum.



11. Sebuah talang yang panjang kedua sisi dan alasnya 3 inci. Kedua sisi talang dilipat dengan membentuk sudut θ dari alas, lihat gambar di samping. Berapakah θ agar kapasitas talang maksimum? Catatan: $0 \leq \theta \leq \pi/2$.



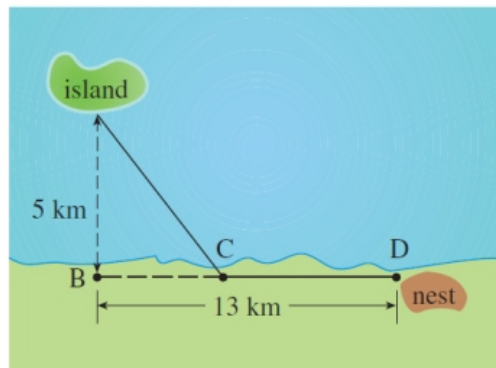
12. Sebuah kotak hendak dibuat dari selembar karton persegi berukuran $5 \text{ ft} \times 8 \text{ ft}$, lihat gambar. Tentukan ukuran kotak sehingga volumenya maksimum.



13. **Swimming speed of fish** Jika ikan berenang dengan kecepatan relatif v terhadap air, maka energi yang digunakannya sebanding dengan v^2 . Ikan berusaha meminimalkan energi yang digunakan dalam berenang. Jika ikan berenang melawan arus air u ($u < v$), maka waktu yang dituhkannya untuk menempuh jarak L adalah $\frac{L}{v-u}$ dan energi yang terkuras adalah

$$E = av^3 \times \frac{L}{v-u}, \quad a \text{ konstanta.}$$

- (a) Tentukan nilai v yang meminimalkan E .
 (b) Buatlah sketsa grafik E .
14. **Bird flight paths** Ornithologists mengamati bahwa beberapa spesies burung cenderung menghindari terbang di atas sungai atau danau. Diduga pada siang hari udara cenderung naik di atas tanah/daratan dan udara turun di atas air. Seekor burung dengan kecenderungan seperti ini dilepas dari pulau, berjarak 5 km dari titik terdekat ke pantai yaitu titik B , terbang ke titik C di pantai kemudian terbang menyusuri pantai ke sarangnya di titik D .



Diasumsikan burung mencari rute yang meminimalkan energi. Jarak antara titik B dan D adalah 13 km.

- (a) Jika terbang di atas air menyita energi 1.4 kali di atas daratan, tentukan titik C sehingga untuk rute terbang tersebut, energi yang diperlukan adalah minimum.
 (b) Misalkan A dan D adalah energi (dalam joule) yang diperlukan terbang di atas air dan di atas daratan. Apakah artinya jika nilai rasio A/L cukup besar? Apakah artinya jika nilai rasio A/L adalah kecil?
 (c) Berapakan nilai A/L agar rute dengan energi minimum adalah terbang langsung ke sarangnya di daerah D ? Berapakan nilai A/L agar rute dengan energi minimum adalah terbang ke titik B kemudian terbang lurus ke D ?
 (d) Jika sejenis burung cenderung terbang ke titik C yang jaraknya 4 km dari B , maka tentukan nilai A/L bagi jenis burung tersebut.