

1. (Lingkari huruf B jika pernyataan bernilai benar, dan huruf S jika bernilai salah)

- (a) (B/S) $\int_{-\infty}^{\infty} f(t) dt = \lim_{x \rightarrow \infty} \int_{-x}^x f(t) dt$ jika f kontinu.
- (b) (B/S) Jika f ganjil, maka $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 0$.
- (c) (B/S) Jika $\int_a^{\infty} f(x) dx$ dan $\int_a^{\infty} (f(x) + g(x)) dx$ konvergen maka $\int_a^{\infty} g(x) dx$ konvergen.
- (d) (B/S) Jika $\int_a^{\infty} f(x) dx$ dan $\int_a^{\infty} (f(x) + g(x)) dx$ keduanya, maka $\int_a^{\infty} g(x) dx$ divergen.
- (e) (B/S) Jika f' kontinu dan g mempunyai turunan pada $[a, b]$, maka $\int_a^b f'(g(x)) g'(x) dx = f(g(b)) - f(g(a))$.
- (f) (B/S) Jika f kontinu dan monoton turun pada $[1, \infty)$, sehingga $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$, maka $\int_1^{\infty} f(x) dx$ konvergen.
- (g) (B/S) $\int e^x \cos x dx$ dapat diselesaikan dengan satu kali integral parsial.
- (h) (B/S) Jika f' kontinu dan $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$, maka $\int_0^{\infty} f'(x) dx = -f(0)$.
- (i) (B/S) Untuk tiap bilangan real a dan b , $\int_{-\infty}^a f(x) dx + \int_a^{\infty} f(x) dx = \int_{-\infty}^b f(x) dx + \int_b^{\infty} f(x) dx$.

2. (Isian singkat)

- (a) $\int \frac{dx}{1-x} = \underline{\hspace{2cm}}$
- (b) $\int \frac{x}{1-x^2} dx = \underline{\hspace{2cm}}$
- (c) $\int \sin ax dx = \underline{\hspace{2cm}}$
- (d) $\int x \cos ax^2 dx = \underline{\hspace{2cm}}$
- (e) $\int \sqrt{5-3x} dx = \underline{\hspace{2cm}}$
- (f) $\int x\sqrt{5-3x^2} dx = \underline{\hspace{2cm}}$

Soal nomor 3-6 adalah soal pilihan ganda.

3. Jika $\int_a^{\infty} \frac{dx}{x \ln^2 x} = \frac{1}{3}$ maka $a =$

- (a) e^3 (d) $3e$
 (b) e^{-3} (e) $\sqrt[3]{e}$
 (c) $\frac{e}{3}$

4. Jika

$$\frac{3x^2 + 3x + 2}{x^3 + 2x^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x+2}$$

maka

- (a) $A = 1, B = 1, C = 1$.
 (b) $A = 1, B = 1, C = 2$.
 (c) $A = 2, B = 1, C = 1$.
 (d) $A = 1, B = 2, C = 1$.
 (e) $A = 2, B = 1, C = -1$.

5. Jika $a \neq b$, maka $\int \frac{dx}{(x+a)(x+b)} = \dots$

- (a) $\frac{1}{b-a} \ln \left| \frac{x+a}{x+b} \right| + C$
 (b) $\frac{1}{a-b} \ln \left| \frac{x+a}{x+b} \right| + C$.
 (c) $(b-a) \ln \left| \frac{x+a}{x+b} \right| + C$.
 (d) $(a-b) \ln \left| \frac{x+a}{x+b} \right| + C$.

6. $\int x^4 \ln x dx$ diselesaikan menggunakan integral parsial dengan memilih ...

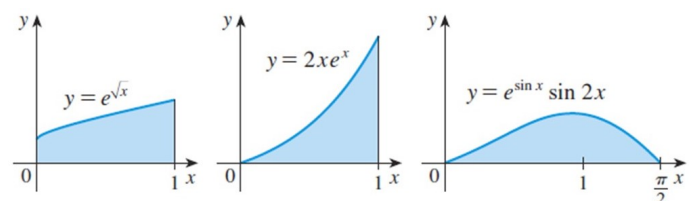
- (a) $u = x^4, dv = \ln x dx$.
 (b) $u = \ln x, dv = x^4 dx$.
 (c) $u = x \ln x, dv = x^3 dx$.
 (d) $u = x^2 \ln x, dv = x^2 dx$.
 (e) $u = x^3 \ln x, dv = x dx$.

7. Hitunglah integral-integral berikut.

- (a) $\int_0^1 x^2(2+x^3)^6 dx$ (f) $\int_0^4 \frac{dx}{(2+\sqrt{x})^5}$
 (b) $\int_1^9 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$ (g) $\int_0^1 \frac{\cos x}{1+\sin^2 x} dx$
 (c) $\int_2^6 x\sqrt{x-2} dx$ (h) $\int_0^{\pi/4} \sec^3 x \tan x dx$
 (d) $\int_0^1 \frac{e^x - 2x}{e^x - x^2} dx$ (i) $\int_0^1 \frac{x}{1+x^4} dx$
 (e) $\int_{-\pi/4}^{-\pi/4} x^3 \tan x dx$ (j) $\int_1^e \frac{\ln y}{y} dy$

8. Hitung $\int_2^5 (x+5)\sqrt{4-x^2} dx$ dengan menuliskannya sebagai jumlah dari dua integral dan menginterpretasikannya sebagai luas daerah.

9. Tentukan daerah mana saja yang luasnya sama. Berikan alasannya.



10. Hitunglah integral-integral berikut.

- (a) $\int x \tan 7x \, dx$ (e) $\int_0^\pi t \sin 3t \, dt$
 (b) $\int 3re^{r/3} \, dr$ (f) $\int_0^1 \frac{y}{e^{3y}} \, dy$
 (c) $\int x^2 \sin 2x \, dx$ (g) $\int_4^9 \frac{\ln y}{\sqrt{y}} \, dy$
 (d) $\int e^{-\theta} \sin 2\theta \, d\theta$ (h) $\int_0^1 \arctan(1/x) \, dx$

11. Gunakan integral substitusi kemudian integral parsial untuk menghitung integral berikut:

- (a) $\int \sin \sqrt{x} \, dx$ (c) $\int_{\sqrt{\pi/2}}^{\sqrt{\pi}} \theta^3 \cos \theta^2 \, d\theta$
 (b) $\int \ln(1+x) \, dx$ (d) $\int_0^\pi e^{\cos \theta} \sin 2\theta \, d\theta$

12. Misalkan $f(1) = 2, f(4) = 7, f'(1) = 5, f'(4) = 3$, dan f'' kontinu. Tentukanlah $\int_1^4 x f''(x) \, dx$.

13. Hitunglah integral-integral berikut.

- (a) $\int \frac{x}{x-6} \, dx$ (e) $\int \frac{5x-1}{x^2-1} \, dx$
 (b) $\int \frac{r^2}{r+4} \, dr$ (f) $\int \frac{dx}{(x^2-9)^2}$
 (c) $\int \frac{dx}{x^2-4x-5}$ (g) $\int \frac{dx}{x^2+4x+5}$
 (d) $\int \frac{x^2-2x-2}{x^2(x+2)} \, dx$ (h) $\int \frac{dx}{x^2-2x+2}$

Ubah dulu penyebut dengan melengkapkan kuadrat pada soal (g) dan (h)

14. **Gompertz tumor growth** Misalkan laju pertumbuhan tumor diberikan sebagai

$$g(t) = 2^{1-e^{-t}} e^{-t} \ln 2 \text{ mm}^3/\text{bulan.}$$

Tentukan pertambahan massa tumor pada satu tahun pertama.

15. **Photosynthesis** Laju produksi primer merujuk pada laju konversi karbon anorganik menjadi karbon organik via fotosintesa. Satuannya adalah massa karbon yang diproses per satuan biomassa per satuan waktu. Salah satu model yang digunakan adalah

$$P(I) = \frac{aI}{\sqrt{1+bI^2}}$$

dengan P merupakan laju produksi primer sebagai fungsi dari intensitas cahaya I . Misalkan intensitas cahaya berubah menurut waktu sesuai persamaan $I = kt$ dengan k adalah konstanta.

- (a) Tentukan P sebagai fungsi dari waktu t .
 (b) Tentukan total produksi primer pada lima satuan waktu pertama.

16. **Gene regulation** Konsentrasi protein dalam sel dapat diukur sebagai berikut

$$p(t) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}e^{-t}(\cos t + \sin t)$$

Bio-availability protein didefinisikan sebagai integral konsentrasi terhadap waktu.

Hitunglah bioavailability protein selama satu menit pertama.

17. Periksa apakah integral berikut konvergen atau tidak. Bila konvergen, tentukan nilainya.

- (a) $\int_3^\infty \frac{1}{(x-2)^{3/2}} \, dx$ (f) $\int_{-\infty}^\infty x^3 e^{-x^4} \, dx$
 (b) $\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt[4]{1+x}} \, dx$ (g) $\int_{-\infty}^\infty \frac{x^2}{9+x^6} \, dx$
 (c) $\int_{-\infty}^{-1} e^{-2t} \, dt$ (h) $\int_1^\infty \frac{\ln x}{x^3} \, dx$
 (d) $\int_{2\pi}^\infty \sin \theta \, d\theta$ (i) $\int_e^\infty \frac{1}{x(\ln x)^3} \, dx$
 (e) $\int_1^\infty \frac{\ln x}{x} \, dx$

18. Diberikan nilai $\int_0^\infty e^{-x^2} \, dx = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}$. Tentukan nilai:

- (a) $\int_0^\infty e^{-x^2/2} \, dx$ (b) $\int_0^\infty x^2 e^{-x^2} \, dx$

19. Sketsa daerah S dan hitung luasnya (jika konvergen).

- (a) $S = \{(x, y) \mid x \leq 1, 0 \leq y \leq e^x\}$
 (b) $S = \{(x, y) \mid x \geq -2, 0 \leq y \leq e^{-x/2}\}$