

1. Lingkari huruf B jika pernyataan bernilai benar, dan huruf S jika bernilai salah

(a) (B/S) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 4x + 3} = \frac{\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 2x - 3)}{\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 4x + 3)}$.

(b) (B/S) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 4x + 3} = \frac{\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 2x - 3)}{\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 4x + 3)}$.

(c) (B/S) Jika $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 0$, dan $\lim_{x \rightarrow 4} g(x) = 0$, maka $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x)}{g(x)}$ tidak ada.

(d) (B/S) Jika $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 0$, dan $\lim_{x \rightarrow 4} g(x) = \infty$, maka $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)g(x) = 0$.

(e) (B/S) Jika $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = \infty$, dan $\lim_{x \rightarrow 4} g(x) = \infty$, maka $\lim_{x \rightarrow 4} (f(x) - g(x)) = 0$.

(f) (B/S) Jika $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = \infty$, dan $\lim_{x \rightarrow 4} g(x) = \infty$, maka $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$.

(g) (B/S) Jika $f(x) < g(x)$ untuk tiap x sekitar a , maka $\lim_{x \rightarrow a} f(x) < \lim_{x \rightarrow a} g(x)$.

(h) (B/S) Jika $f(1) < 0$ dan $f(5) > 0$, maka terdapat $c \in (1, 5)$ sehingga $f(c) = 0$.

2. Isian singkat

(a) Fungsi $f(x) = \frac{x-4}{x^2-16}$ tidak terdefinisi di $x = 4$, tapi $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = \dots$

(b) Jika $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2$ maka $\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + 2)f(x) = \dots$ dan $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1}{f(x)} = \dots$

(c) Jika $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)-6}{x-3} = -2$, maka $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \dots$

(d) Jika $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)+2}{x^2-4x+4} = 100$, maka $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \dots$

(e) Jika $\lim_{x \rightarrow 5} 5xf(x) = 15$, maka $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x)}{x} = \dots$

(f) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2 - 2x - 3}{|x - 3|} = \dots$

(g) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 - 2x - 3}{|x - 3|} = \dots$

Untuk soal no 3-4, pilih satu jawab yang benar.

3. Jika $f(x) = x^2 + 10 \sin x$, interval yang memuat c sehingga $f(c) = 1000$ adalah \dots

- (a) $[8\pi, 9\pi]$
- (b) $[8\pi, 10\pi]$
- (c) $[9\pi, 10\pi]$
- (d) $[10\pi, 11\pi]$
- (e) $[11\pi, 12\pi]$

4. Jika $\lim_{x \rightarrow 9} f(x) = 3$ dan $\lim_{x \rightarrow 9} g(x) = 1$, maka $\lim_{x \rightarrow 9} e^{f(x)+g(x)} = \dots$

- (a) $e^3 - e$
- (b) $e^3 + e$

- (c) e^4
- (d) e^3
- (e) e^2

5. Diberikan

$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = -5, \lim_{x \rightarrow 3} g(x) = 9, \lim_{x \rightarrow 3} h(x) = 0.$

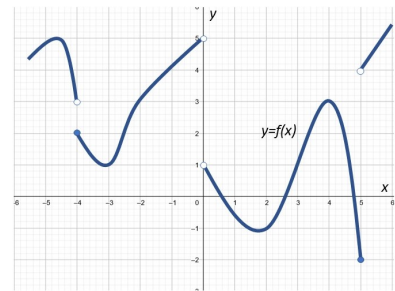
Tentukan limit-limit berikut jika ada. Jika tidak ada limitnya, jelaskan.

(a) $\lim_{x \rightarrow 3} [2f(x) - 4g(x)]$ (d) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)+1}{4g(x)}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{x^3 g(x)}$ (e) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)+1}{4h(x)}$

(c) $\lim_{x \rightarrow 3} [f(x) + 3]^5$ (f) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{g(x)h(x)}{f(x)+x}$

6. Diberikan grafik $y = f(x)$ sebagai berikut:



Tentukan limit-limit berikut jika ada. Jika tidak ada, jelaskan.

(a) $\lim_{x \rightarrow -4^-} [2f(x) - x^2]$ (e) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x)+1}{x}$

(b) $\lim_{x \rightarrow -4^+} [2f(x) + 5]$ (f) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)+x^3}{x}$

(c) $\lim_{x \rightarrow -4} [x^2 f(x)]$ (g) $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{xf(x)+\sin x}{x+1}$

(d) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{xf(x)+1}{f(x)+2}$ (h) $\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{xf(x)-5f(x)}{x-5}$

7. Tentukan limit-limit berikut, jika ada.

(a) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 4x}{x^2 - 3x - 4}$ (e) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x^2 + 95}}{x + 4}$

(b) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 4x}{x^2 - 3x - 4}$ (f) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 5}$

(c) $\lim_{t \rightarrow 0} \left(\frac{1}{t\sqrt{t+1}} - \frac{1}{t} \right)$ (g) $\lim_{x \rightarrow -6} \frac{2x+12}{|x+6|}$

(d) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 4x}{x^2 - 3x - 4}$ (h) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2-|x|}{2+x}$

8. Tentukan limit-limit berikut:

(a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-2x^2}{x^3-x^2+x-1}$

(b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3+8x^2-7x}{2x^3-7x+12}$

(c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4-3x^2+x}{x^3-x+2}$

(d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 + bx} - \sqrt{x^2 + ax} \right)$

(e) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{9x^2 + x} - x \right)$

(f) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^4 + x^5)$

(g) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3+x^2+1}{|x|^3+1}$

9. (a) Jika $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5f(x)-8}{x-1} = 3$, hitunglah $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$.

(b) Jika $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2} = 3$, hitunglah $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ dan $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$.

10. Misalkan $g(x) = \frac{x^2+x-6}{|x-2|}$.

- (a) Tentukan $\lim_{x \rightarrow 2^+} g(x)$ dan $\lim_{x \rightarrow 2^-} g(x)$.
 (b) Apakah $\lim_{x \rightarrow 2} g(x)$ ada?
 (c) Buatlah sketsa grafik $y = g(x)$.

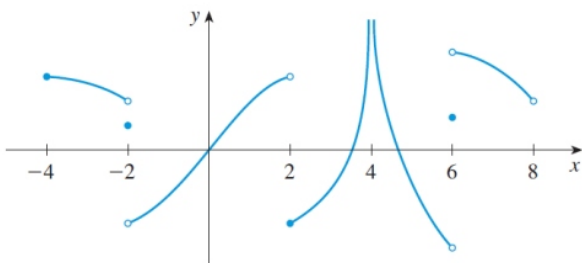
11. Tentukan limit-limit berikut:

- (a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{6x}$ (d) $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin \theta}{\theta + \tan \theta}$
 (b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{3x}$ (e) $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3\theta}{\theta^2}$
 (c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{\sin 6x}$ (f) $\lim_{t \rightarrow 0} t \cot t$

12. Terapkan prinsip apit untuk menghitung limit-limit berikut:

- (a) $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$ jika diketahui $2x \leq g(x) \leq x^4 - x^2 + 2$ untuk tiap x ,
 (b) $\lim_{x \rightarrow 0} x^4 \cos \frac{2}{x}$
 (c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1+1000 \sin x}{x}$

13. Berdasarkan grafik fungsi f dibawah ini, tentukan titik dimana f diskontinu, serta jelaskan alasannya. Pada titik-titik dimana f diskontinu, tentukan juga semua titik dimana f kontinu kiri atau kontinu kanan.



14. Jika $f(x)$ dan $g(x)$ kontinu dengan $f(3) = 5$ dan $\lim_{x \rightarrow 3} (2f(x) - g(x)) = 5$, maka hitunglah $g(3)$.

15. Tentukan selang kekontinuan fungsi-fungsi berikut:

- (a) $f(x) = \frac{x^2+x+1}{x-1}$ (f) $g(x) = \frac{\sin x}{x-1}$
 (b) $f(x) = \frac{x^2+x+1}{x^2+x-2}$ (g) $g(t) = \ln(t^4 - 1)$
 (c) $f(x) = \frac{x^2-x}{x-1}$ (h) $g(t) = e^{-3t} \cos 2\pi t$
 (d) $g(x) = x^2 + \sqrt{x-1}$
 (e) $g(x) = \sqrt[3]{x}(1+x^3)$ (i) $g(t) = \sin \cos \sin(2t)$

16. Tentukan nilai c agar fungsi berikut kontinu pada \mathbb{R} .

(a) $f(x) = \begin{cases} cx^2 + 2x, & x < 2 \\ x^3 - cx, & x \geq 2 \end{cases}$

(b) $g(x) = \begin{cases} ce^x - 2, & x < 0 \\ \frac{\sin 3x}{cx}, & x \geq 0 \end{cases}$

17. Tentukan a dan b supaya fungsi f kontinu pada \mathbb{R}

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x \leq 0 \\ x^2 + a + b, & 0 < x \leq 1 \\ ax - b, & x > 1 \end{cases}$$

18. [Drug resistance] Telah diketahui bahwa jika p adalah frekuensi resistensi gen saat ini dalam model penyebaran resistensi terhadap obat, maka frekuensi resistensi terhadap obat pada generasi berikutnya adalah $f(p) = \frac{p^2-2p}{p^2-2}$. Hitunglah limit fungsi di atas jika $p \rightarrow \infty$. Berikan interpretasinya.

19. Misalkan f kontinu pada interval $[1, 5]$ dan persamaan $f(x) = 6$ hanya mempunyai dua solusi yaitu $x = 1$ dan $x = 4$. Jika $f(2) = 8$, jelaskan $f(3) > 6$.

20. Gunakan Teorema Nilai Antara untuk membuktikan bahwa persamaan-persamaan berikut memiliki solusi pada interval yang diberikan.

- (a) $\sqrt[3]{x} = 1 - x$, $[0, 1]$ (c) $\sin x = x^2 - x$, $[1, 2]$
 (b) $e^x = 3 - 2x$, $[0, 1]$

21. Pada hari Senin Pk 7:00 pagi, Bu Hanni pergi ke puncak gunung Merapi dan sampai di sana pukul 17:00. Keesokan harinya, tepat pukul 8:00 pagi, Bu Hanni mulai berjalan menuruni gunung melalui jalan/rute yang sama dengan saat naik dan sampai di kaki gunung pukul 15:00. Gunakan Teorema Nilai Antara untuk membuktikan bahwa ada satu posisi pada lereng gunung yang dilalui Bu Hanni, shg pada saat naik dan turun waktunya tepat sama (berbeda 24 jam).

