

UJIAN AKHIR SEMESTER MA1201 MATEMATIKA IIA

SENIN, 16 JUNI 2025

WAKTU: 120 MENIT

* Nama:

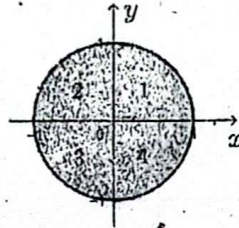
NIM:

Dilarang menggunakan kalkulator dan alat bantu hitung lainnya. Ujian ini terdiri atas tiga bagian: A (8 soal isian singkat, dengan nilai maksimum tiap soal 1), B (6 soal uraian singkat, dengan nilai maksimum tiap soal 3) dan C (2 soal uraian panjang, dengan nilai maksimum tiap soal 8).

Bagian A

Tuliskan hanya jawaban akhir dari tiap soal pada kotak yang tersedia.

1. Diberikan fungsi $f(x, y) = \sqrt{1 - x^2 - y^2} + \sqrt{y}$. Pada sketsa di bawah ini, daerah asal dari fungsi f adalah gabungan dari daerah bernomor dan .



2. Jika diketahui $f_y(x, y) = 4xy^4$, maka $f_{yx}(x, y) =$.
3. Jika $f_x(2, -3) = -6$ dan $f_y(2, -3) = 2$, maka turunan berarah dari f di $(2, -3)$ dalam arah $u = (\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$ adalah .
4. Jika $z = xy + x^2$, maka $dz =$ $+ x dy$.
5. Jika akar-akar persamaan karakteristik (persamaan pembantu) dari persamaan diferensial homogen $y'' + a_1y' + a_2y = 0$ adalah $r = 3$ dan $r = -3$, maka solusi dari persamaan diferensial tersebut adalah .
6. Diberikan fungsi $f(x, y) = x^2 - 5xy + y$. Jika titik $(0, 2)$ dan $(1, a)$ terletak pada kurva ketinggian yang sama dari fungsi f , maka $a =$.
7. Misalkan $R = \{(x, y) | 1 \leq x \leq 4, 1 \leq y \leq 4\}$. Diberikan fungsi

$$f(x, y) = \begin{cases} 7, & \text{jika } 1 \leq x \leq 3, 1 \leq y \leq 4, \\ 5, & \text{jika } 3 < x \leq 4, 1 \leq y \leq 4. \end{cases}$$

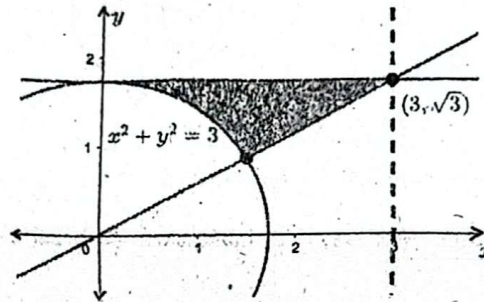
Nilai $\iint_R f(x, y) dA =$.

8. Integral berulang $\int_0^5 \int_0^{3x} f(x, y) dy dx = \iint_S f(x, y) dA$ dengan S adalah daerah segitiga dengan titik-titik sudut $(0, 0)$, , dan .

Untuk soal bagian B dan C, tuliskan jawaban lengkap, beserta langkah-langkahnya, untuk tiap soal berikut. Tuliskan jawaban tiap soal pada tempat yang sesuai pada lembar jawaban.

Bagian B

1. Tentukan persamaan bidang singgung permukaan $z = 3x^2 - 2y^3$ di titik $(2, -1, 14)$.
2. Misalkan $w = 2x + 3y^2$ dengan x, y suatu fungsi dalam t . Diketahui bahwa pada saat $t = 1$, berlaku $x = 0$, $y = -1$, $\frac{dx}{dt} = -3$, dan $\frac{dy}{dt} = 2$. Tentukan $\frac{dw}{dt}$ pada saat $t = 1$.
3. Diketahui fungsi dua peubah f di setiap titik (x, y) memenuhi $f_x(x, y) = 9x^2 - 6xy$ dan $f_y(x, y) = 4y - 3x^2$. Tentukan apakah $f(2, 3)$ minimum lokal, maksimum lokal, atau bukan keduanya. Jelaskan jawaban Anda.
4. Tentukan volume benda pejal di bawah permukaan $z = 1 + 3x^2 + y^3$ yang berada di atas persegi panjang $R = \{(x, y) \mid -1 \leq y \leq 1, 0 \leq x \leq 2\}$.
5. Tunjukkan bahwa $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x^2 + y^2 - xy}$ tidak ada.
6. Misalkan S adalah daerah di kuadran pertama yang dibatasi oleh lingkaran $x^2 + y^2 = 3$, garis $y = \frac{x}{\sqrt{3}}$, dan garis $y = \sqrt{3}$ seperti pada gambar berikut.



Nyatakan luas daerah S sebagai integral dalam koordinat polar. (Integral tidak perlu dihitung).

Bagian C

1. Diketahui solusi dari persamaan diferensial homogen $y'' - 6y' + 9y = 0$ adalah $y_h = C_1 e^{3x} + C_2 x e^{3x}$.
 - (a) Tentukan suatu solusi partikular/khusus dari $y'' - 6y' + 9y = 12e^x$.
 - (b) Tentukan solusi dari $y'' - 6y' + 9y = 12e^x$ dengan nilai awal $y(0) = 5$ dan $y'(0) = 10$.
 - (c) Jika $y_p = x e^{3x} \ln x$ adalah suatu solusi partikular/khusus dari $y'' - 6y' + 9y = \frac{e^{3x}}{x}$, maka tentukan suatu solusi partikular/khusus dari $y'' - 6y' + 9y = 12e^x + \frac{e^{3x}}{x}$.
2. Pada suatu pabrik, barang A dibuat dengan komposisi yang mengandung bahan X , Y , dan Z . Banyaknya barang A yang diproduksi adalah $Q(x, y, z) = 6x + 7y - x^2 - y^2 + 5z$, dengan x adalah banyaknya bahan X dalam kilogram, y adalah banyaknya bahan Y dalam kilogram, dan z adalah banyaknya bahan Z dalam kilogram.
 - (a) Misalkan harga bahan X adalah Rp. 20.000 per kilogram, harga bahan Y adalah Rp. 15.000 per kilogram, dan harga bahan Z adalah Rp. 25.000 per kilogram. Jika dana yang tersedia adalah Rp. 100.000, tentukan persamaan biaya $C(x, y, z) = 100.000$ yang menyatakan bahwa dana tersebut dihabiskan untuk membeli bahan X , Y , dan Z sebanyak berturut-turut x , y , dan z .
 - (b) Tuliskan persamaan Lagrange untuk mencari titik kritis Q dengan kendala $C(x, y, z) = 100.000$.
 - (c) Dengan menggunakan persamaan Lagrange pada bagian (b), tentukan nilai maksimum banyaknya barang A yang dapat dibuat.