

1. Telaah konsep

- Daerah hasil fungsi $f(x) = \sin^{-1} x$ adalah _____ dan $D_x \sin^{-1} x =$ _____.
- Dengan integral parsial, jika dipilih $u = x$ dan $dv = e^{3x} dx$, kita peroleh $\int 2xe^{3x} dx =$ _____.
- Langkah pertama yang digunakan untuk menghitung $\int \sin^2 x \cos^3 x dx$ adalah _____, kemudian digunakan substitusi _____.
- Identitas trigonometri yang digunakan untuk menentukan $\int \sin(3x) \cos(5x) dx$ adalah _____.
- Substitusi untuk menghilangkan tanda akar dalam integral $\int \frac{x}{\sqrt[3]{x-3}} dx$ adalah $u =$ _____.
- Substitusi $x =$ _____ dapat digunakan untuk menghilangkan tanda akar $\int \sqrt{4-x^2} dx$ menjadi _____.
- Untuk menentukan $\int \frac{x^2+1}{x-1} dx$, kita tuliskan $\frac{x^2+1}{x-1} =$ _____.
- Untuk menentukan $\int \frac{5x-5}{x^2-x-6} dx$, kita tuliskan $\frac{5x-5}{x^2-x-6}$ sebagai jumlah pecahan parsial _____.

2. Tentukan solusi dari masing-masing persamaan diferensial berikut.

- $\frac{dy}{dx} + 2y = e^x$
- $y' + y \tan x = \sec x$
- $y' = e^{2x} - 3y$; $y = 1$ ketika $x = 0$.
- $xy' + (1+x)y = e^{-x}$; $y = 0$ ketika $x = 1$.

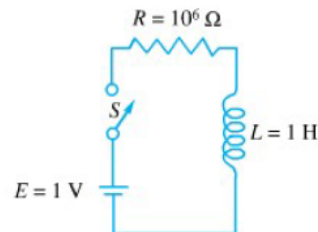
3. Sebuah tangki berisi 120 galon air murni. Suatu larutan garam dengan konsentrasi 1 pound garam per galon di alirkan ke dalam tangki dengan laju 4 galon/menit. Pada saat yang sama dari tangki keluar larutan dengan laju 6 galon/menit (asumsikan larutan yang masuk teraduk sempurna).

- Berapakah banyak garam yang terlarut dalam tangki setelah t menit untuk $0 \leq t < 60$?
- Hitung limit dari konsentrasi garam di dalam tangki ketika t menuju 60 (dari kiri).

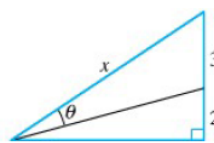
4. Pada awalnya tangki A berisi 100 galon larutan yang mengandung 50 pound garam dan tangki B berisi 200 galon larutan yang mengandung 150 pound garam. Air murni kemudian dialirkan ke dalam tangki A dengan laju 2 galon per menit. Pada saat yang sama, larutan pada tangki A dialirkan ke dalam tangki B dengan laju yang sama, demikian pula larutan dalam tangki B mengalir keluar dengan laju tersebut. Asumsikan bahwa

pada setiap saat larutan pada tangki A dan B teraduk secara sempurna. Tentukan banyaknya kandungan garam pada tangki A dan B pada setiap menit.

5. Tentukan besar arus I sebagai fungsi dari waktu pada rangkaian dibawah ini ketika saklar S ditutup jika $I = 0$ ketika $t = 0$.



6. Nyatakan θ dalam x dengan menggunakan fungsi-fungsi invers trigonometri



7. Tanpa menggunakan kalkulator hitunglah

- $\sin^{-1} \left(\cos \frac{\pi}{6} \right)$.
- $\cos \left[2 \sin^{-1} \left(-\frac{1}{2} \sqrt{3} \right) \right]$
- $\cot \left(2 \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{3}}{3} \right) \right)$
- $\sin \left[\cos^{-1} \left(\frac{3}{5} \right) + \sin^{-1} \left(\frac{5}{13} \right) \right]$.

8. Hitunglah limit fungsi invers trigonometri berikut

- $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \cos^{-1} x$
- $\lim_{x \rightarrow 1^-} \sin^{-1} x$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \tan^{-1} x$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sec^{-1} x$

9. Tentukan dy/dx untuk fungsi $y = f(x)$ berikut.

- $y = \sin^{-1}(x-1)$
- $y = \cos^{-1}(x^2)$
- $y = x \tan^{-1}(e^x)$
- $y = \sec^{-1}(x^2+1)$
- $y = \tan^{-1}(\ln x^2)$

10. Hitung masing-masing integral berikut

- $\int_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$
- $\int_{-\sqrt{3}/3}^{\sqrt{3}} \frac{1}{1+x^2} dx$
- $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{1+\cos^2 x} dx$
- $\int_{\sqrt{2}}^2 \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$
- $\int \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx$
- $\int \frac{1}{\sqrt{12-9x^2}} dx$

11. Suatu benda pejal diperoleh dengan memutar daerah yang dibatasi oleh kurva $y = \sec^{-1} x$, sumbu- x , dan garis $x = 2$ terhadap sumbu- y . Tentukan volume dari benda tersebut.

12. Diketahui $\int_0^2 \sqrt{4-u^2} du = \pi$. Gunakan substitusi $u = x^2$ untuk menghitung $\int_0^{\sqrt{2}} x\sqrt{4-x^4} dx$.

13. Tentukan integral-integral berikut

(a) $\int x(x^2 + 2)^5 dx$ (e) $\int x^2 \sec^2(x^3) dx$

(b) $\int_0^1 xe^{-2x^2} dx$ (f) $\int_0^{3/2} \frac{1}{9+4x^2} dx$

(c) $\int \frac{e^{2t}}{(e^{2t} + 1)^2} dt$ (g) $\int \frac{1}{e^{-t} + 2} dt$

(d) $\int_e^{e^9} \frac{1}{x\sqrt{\ln x}} dx$ (h) $\int \frac{x}{\sqrt{4-x^4}} dt$

14. Gunakan integral parsial untuk menentukan integral berikut

(a) $\int xe^{-2x} dx$ (d) $\int e^{2x} \sin(3x) dx$

(b) $\int x \cos(3x) dx$ (e) $\int (\ln x)^2 dx$

(c) $\int_1^2 x^{5/2} \ln(2x) dx$ (f) $\int_1^{\sqrt{3}} \tan^{-1}\left(\frac{1}{x}\right) dx$

15. (a) Buktikan rumus reduksi integral tak tentu

$$\int (\ln x)^n dx = x(\ln x)^n - n \int (\ln x)^{n-1} dx$$

(b) Dengan rumus reduksi tersebut, hitunglah

$$\int (\ln x)^3 dx \text{ dan } \int_1^e (\ln x)^4 dx$$

16. Tentukan integral berikut

(a) $\int \sin^4 x dx$ (f) $\int_0^{\pi/3} \tan^3 x dx$

(b) $\int_0^{\pi/2} \sin^6 x \cos^3 x dx$ (g) $\int \cot^2 x dx$

(c) $\int \sin^4 x \cos^2 x dx$ (h) $\int \sec^5 x \tan^3 x dx$

(d) $\int \cos(3x) \cos(2x) dx$ (i) $\int \sec^4 x \tan^6 x dx$

(e) $\int \sin(2x) \cos(4x) dx$ (j) $\int_0^{\pi/3} \sec^{3/2} x \tan x dx$

17. Tentukan

(a) $\int x\sqrt{x+7} dx$ (c) $\int \frac{2x+3}{\sqrt[3]{x-2}} dx$

(b) $\int_1^2 \frac{1}{\sqrt{t+1}} dt$ (d) $\int_0^1 x(1-x)^{2/3} dx$

18. Gunakan substitusi trigonometri untuk menentukan integral-integral berikut

(a) $\int \sqrt{2-x^2} dx$ (c) $\int \frac{x^3}{\sqrt{x^2+4}} dx$

(b) $\int \frac{x^2}{\sqrt{16-x^2}} dx$ (d) $\int_{-6}^{-3} \frac{\sqrt{t^2-9}}{t} dt$

19. Tentukan $\int f(x) dx$ dengan pertama kali melengkapkan bentuk kuadrat dalam fungsi f berikut.

(a) $f(x) = \sqrt{10x - 2x^2}$

(b) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 6x + 5}}$

(c) $f(x) = \frac{(x+1)^3}{\sqrt{5+2x+x^2}}$

20. Tentukan nilai konstanta-konstanta yang belum diketahui agar persamaan menjadi benar.

(a) $\frac{x^3}{x^2+x-2} = Ax + B + \frac{Cx+D}{x^2+x-2}$

(b) $\frac{2x-3}{(x-3)(x-4)} = \frac{A}{x-3} + \frac{B}{x-4}$

(c) $\frac{x^2+5x}{(x+1)(x+3)^2} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x+3} + \frac{C}{(x+3)^2}$

(d) $\frac{2x+4}{(x-2)(x^2+4)} = \frac{A}{x-2} + \frac{Bx+C}{x^2+4}$

(e) $\frac{x^3-x^2+2x+1}{x^2(x^2+1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{Cx+D}{x^2+1}$

21. Tentukan integral dari fungsi-fungsi rasional pada soal nomor 20.

22. Gunakan metode pecahan parsial untuk menentukan integral-integral berikut

(a) $\int \frac{x^3}{x-5} dx$ (d) $\int \frac{1}{x(x^2+4)} dx$

(b) $\int \frac{2x-1}{x^2-5x+6} dx$ (e) $\int \frac{x^2+3}{(x^2+2x+3)^2} dx$

(c) $\int \frac{3}{(x+1)(x^2+x)} dx$

23. Tentukan $\int t\sqrt{t+7} dt$

(a) dengan substitusi $u = t + 7$.

(b) dengan substitusi $u = \sqrt{t+7}$.

(c) dengan integral parsial.

24. Hitung $\int_0^1 x^3\sqrt{x^2+4} dx$

(a) dengan metode substitusi

(b) dengan integral parsial

(c) dengan metode substitusi trigonometri

25. Gunakan metode yang Anda pilih untuk menentukan integral-integral berikut

- | | |
|--|--|
| (a) $\int \frac{x^3 + 2}{4 - x^2} dx$ | (g) $\int \frac{1}{x\sqrt{1-x^4}} dx$ |
| (b) $\int \frac{\sqrt{1+x}}{x} dx$ | (h) $\int \frac{\sec^3 x}{\tan x} dx$ |
| (c) $\int \frac{dx}{\sqrt{x}\sqrt{1+x}}$ | (i) $\int \sin \sqrt{x} dx$ |
| (d) $\int \cos^3 x \sqrt{\sin x} dx$ | (j) $\int \frac{\sin t \cos t}{9 + \cos^4 t} dt$ |
| (e) $\int \frac{\ln x}{x + x \ln x} dx$ | (k) $\int \frac{\sqrt{x}}{x-1} dx$ |
| (f) $\int \frac{\tan^{-1} x}{x^2} dx$ | (l) $\int \frac{e^x}{\sqrt{9e^{2x} + 16}} dx$ |

26. Diketahui integral berikut

$$\int e^x \cos x dx = \frac{1}{2} e^x (\sin x + \cos x) + C$$

$$\int e^x \sin x dx = \frac{1}{2} e^x (\sin x - \cos x) + C.$$

Tentukan $\int x e^x \sin x dx$ menggunakan integral parsial dan integral di atas.

27. Hitunglah volume benda pejal yang diperoleh dengan memutar daerah yang dibatasi oleh garis $x = 1$, garis $x = 3$, kurva $y = \frac{1}{\sqrt{4x - x^2}}$ dan sumbu- x , mengelilingi

- (a) sumbu- x . (b) sumbu- y .

28. Tentukan solusi persamaan diferensial

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x(x-1)}.$$

29. Misalkan D adalah daerah tertutup di atas sumbu- x yang dibatasi oleh kurva

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1.$$

dan sumbu- x .

- (a) Tentukan titik potong kurva tersebut dengan sumbu- x .
 (b) Nyatakan luas daerah D sebagai integral tentu.
 (c) Tentukan nilai integral tentu tersebut.

30. (a) Tentukan $\int \sec x dx$.

(Petunjuk: Kalikan integran dengan

$$\frac{\sec x + \tan x}{\sec x + \tan x}$$

dan gunakan substitusi $u = \sec x + \tan x$)

(b) Tentukan $\int \frac{1}{\sqrt{a^2 + x^2}} dx$ dan $\int \sqrt{a^2 + x^2} dx$.

31. Misalkan g adalah fungsi yang terdiferensialkan dengan g' kontinu. Diketahui $\int_0^2 x g'(x) dx = 5$, dan $g(2) = 7$. Hitunglah $\int_0^2 g(x) dx$.

32. Misalkan f adalah fungsi yang terdiferensialkan dua kali dan f'' kontinu.

(a) Jika $f(0) = 2$, $f'(0) = 3$, $f(4) = 5$, dan $f'(4) = -1$, hitung $\int_0^4 x f''(x) dx$.

(b) Jika f fungsi genap dan $f'(2) = 3$, tentukan nilai dari $\int_{-2}^2 x f''(x) dx$.