

1. Telaah konsep

- (a) Substitusi  $u = x^2 + 2$  mengubah  $\int x(x^2 + 2)^5 dx$  menjadi \_\_\_\_\_.
- (b) Substitusi  $u = \frac{e^x}{1 + e^{2x}}$  mengubah  $\int \frac{e^x}{1 + e^{2x}} dx$  menjadi  $\int \frac{1}{1 + u^2} du$ .
- (c) Substitusi  $u = 1 + 2 \sin x$  mengubah  $\int_0^{\pi/6} (1 + 2 \sin x)^3 \cos x dx$  menjadi \_\_\_\_\_.
- (d) Dengan integral parsial, jika dipilih  $u = x$  dan  $dv = e^x dx$ , kita peroleh  $\int x e^x dx = \frac{1}{e}$ .
- (e) Langkah pertama yang digunakan untuk menghitung  $\int \sin^2 x dx$  adalah \_\_\_\_\_, kemudian digunakan substitusi \_\_\_\_\_.
- (f) Langkah pertama yang digunakan untuk menghitung  $\int \sin^2 x \cos^3 x dx$  adalah \_\_\_\_\_, kemudian digunakan substitusi \_\_\_\_\_.
- (g) Identitas trigonometri yang digunakan untuk menentukan  $\int \sin(3x) \cos(5x) dx$  adalah \_\_\_\_\_.
- (h) Substitusi untuk menghilangkan tanda akar dalam integral  $\int \frac{x}{\sqrt[3]{x-3}} dx$  adalah  $u = \sqrt[3]{x-3}$ .
- (i) Substitusi  $x = \sqrt{4-x^2}$  dapat digunakan untuk menghilangkan tanda akar dalam integral  $\int \sqrt{4-x^2} dx$  menjadi \_\_\_\_\_.
- (j) Substitusi  $x = \sqrt{9+x^2}$  dapat digunakan untuk menghilangkan tanda akar dalam integral  $\int \sqrt{9+x^2} dx$  menjadi \_\_\_\_\_.
- (k) Untuk menentukan  $\int \frac{x^2 + 1}{x - 1} dx$ , kita tuliskan  $\frac{x^2 + 1}{x - 1} = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3} + \frac{4}{3(x-1)}$ .
- (l) Untuk menentukan  $\int \frac{5x - 5}{x^2 - x - 6} dx$ , kita tuliskan  $\frac{5x - 5}{x^2 - x - 6}$  sebagai jumlah pecahan parsial \_\_\_\_\_.

2. Tentukan integral-integral berikut

- (a)  $\int (x + 3)^6 dx$  (f)  $\int t^2 \cos(t^3) dt$
- (b)  $\int \sqrt{5x + 1} dx$  (g)  $\int_e^{e^9} \frac{1}{x \sqrt{\ln x}} dx$
- (c)  $\int x(x^2 + 2)^5 dx$  (h)  $\int_0^{3/2} \frac{1}{9 + 4x^2} dx$
- (d)  $\int_0^1 x e^{-x^2} dx$  (i)  $\int \frac{1}{e^{-t} + 2} dt$
- (e)  $\int \frac{x}{3 + x^2} dx$  (j)  $\int \frac{x}{\sqrt{4 - x^4}} dt$

3. Gunakan integral parsial untuk menentukan integral berikut

- (a)  $\int x \cos x dx$  (d)  $\int \tan^{-1} t dt$
- (b)  $\int x e^{-x} dx$  (e)  $\int_1^e x^3 \ln x dx$
- (c)  $\int x \sin(2x) dx$  (f)  $\int t \cosh t dt$

4. Gunakan integral parsial sebanyak dua kali untuk menentukan integral berikut.

- (a)  $\int x^2 e^x dx$  (c)  $\int e^{2x} \sin(3x) dx$
- (b)  $\int e^t \cos t dt$  (d)  $\int (\ln x)^2 dx$

5. (a) Buktikan rumus reduksi integral tak tentu

$$\int (\ln x)^n dx = x(\ln x)^n - n \int (\ln x)^{n-1} dx$$

- (b) Dengan rumus reduksi tersebut, hitunglah  $\int (\ln x)^3 dx$  dan  $\int_1^e (\ln x)^4 dx$

6. Tentukan integral berikut

- (a)  $\int \cos^2 x dx$  (g)  $\int \sin(4x) \cos(2x) dx$
- (b)  $\int \sin^3 t dt$  (h)  $\int \sin(7x) \sin(5x) dx$
- (c)  $\int \sin^4 \theta d\theta$  (i)  $\int_0^{\pi/3} \tan^3 x dx$
- (d)  $\int_0^{\pi/2} \sin^6 t \cos^3 t dt$  (j)  $\int \tan^6 x \sec^4 x dx$
- (e)  $\int \sin^4 x \cos^2 x dx$  (k)  $\int \sec^5 x \tan^3 x dx$
- (f)  $\int \cos(3x) \cos(2x) dx$  (l)  $\int_0^{\pi/3} \sec^{3/2} x \tan x dx$

7. Tentukan integral berikut

- (a)  $\int x \sqrt{x + 7} dx$  (c)  $\int \frac{2x + 3}{\sqrt[3]{x-2}} dx$
- (b)  $\int_1^2 \frac{1}{\sqrt{t} + 1} dt$  (d)  $\int_0^1 x(1-x)^{2/3} dx$

8. Gunakan substitusi trigonometri untuk menentukan integral-integral berikut

- (a)  $\int \sqrt{9 - x^2} dx$  (d)  $\int \frac{1}{x^2 \sqrt{x^2 - 4}} dx$
- (b)  $\int \frac{x^2}{\sqrt{4 - x^2}} dx$  (e)  $\int \frac{x^3}{\sqrt{x^2 + 4}} dx$
- (c)  $\int \frac{1}{(x^2 + 16)^{3/2}} dx$  (f)  $\int_{-6}^{-3} \frac{\sqrt{t^2 - 9}}{t} dt$

9. Tentukan  $\int f(x) dx$  dengan pertama kali melengkapkan bentuk kuadrat dalam fungsi  $f$  berikut.

- (a)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 4x + 5}}$   
 (b)  $f(x) = \sqrt{16 - 6x - x^2}$   
 (c)  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 2x - 3}}{x + 1}$ .

10. Tentukan nilai konstanta-konstanta yang belum diketahui agar persamaan menjadi benar.

- (a)  $\frac{x^3}{x^2 + x - 2} = Ax + B + \frac{Cx + D}{x^2 + x - 2}$   
 (b)  $\frac{2x - 3}{(x - 3)(x - 4)} = \frac{A}{x - 3} + \frac{B}{x - 4}$   
 (c)  $\frac{x^2 + 5x}{(x + 1)(x + 3)^2} = \frac{A}{x + 1} + \frac{B}{x + 3} + \frac{C}{(x + 3)^2}$   
 (d)  $\frac{2x + 4}{(x - 2)(x^2 + 4)} = \frac{A}{x - 2} + \frac{Bx + C}{x^2 + 4}$   
 (e)  $\frac{x^3 - x^2 + 2x + 1}{x^2(x^2 + 1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{Cx + D}{x^2 + 1}$ .

11. Tentukan integral dari fungsi-fungsi rasional pada soal nomor 10.

12. Gunakan metode pecahan parsial untuk menentukan integral-integral berikut

- (a)  $\int \frac{x^3}{x - 5} dx$       (d)  $\int \frac{1}{x(x^2 + 4)} dx$   
 (b)  $\int \frac{2x - 1}{x^2 - 5x + 6} dx$       (e)  $\int \frac{x^2 + 3}{(x^2 + 2x + 3)^2} dx$ .  
 (c)  $\int \frac{3}{(x + 1)(x^2 + x)} dx$

13. Tentukan  $\int t\sqrt{t + 7} dt$

- (a) dengan substitusi  $u = t + 7$ .  
 (b) dengan substitusi  $u = \sqrt{t + 7}$ .  
 (c) dengan integral parsial.

14. Hitung  $\int_0^1 x^3 \sqrt{x^2 + 4} dx$

- (a) dengan metode substitusi  
 (b) dengan integral parsial  
 (c) dengan metode substitusi trigonometri.

15. Gunakan metode yang Anda pilih untuk menentukan integral-integral berikut

- (a)  $\int \frac{x^3 + 2}{4 - x^2} dx$       (g)  $\int \frac{1}{x\sqrt{1 - x^4}} dx$   
 (b)  $\int \frac{\sqrt{1 + x}}{x} dx$       (h)  $\int \frac{\sec^3 x}{\tan x} dx$   
 (c)  $\int \frac{dx}{\sqrt{x}\sqrt{1 + x}}$       (i)  $\int \sin \sqrt{x} dx$   
 (d)  $\int \cos^3 x \sqrt{\sin x} dx$       (j)  $\int \frac{\sin t \cos t}{9 + \cos^4 t} dt$   
 (e)  $\int \frac{\ln x}{x + x \ln x} dx$       (k)  $\int \frac{\sqrt{x}}{x - 1} dx$   
 (f)  $\int \frac{\tan^{-1} x}{x^2} dx$       (l)  $\int \frac{e^x}{\sqrt{9e^{2x} + 16}} dx$ .

16. Diketahui integral berikut

$$\int e^x \cos x dx = \frac{1}{2} e^x (\sin x + \cos x) + C$$

$$\int e^x \sin x dx = \frac{1}{2} e^x (\sin x - \cos x) + C.$$

Tentukan  $\int x e^x \sin x dx$  menggunakan integral parsial dan integral di atas.

17. Hitunglah volume benda pejal yang diperoleh dengan memutar daerah yang dibatasi oleh garis  $x = 1$ , garis  $x = 3$ , kurva  $y = \frac{1}{\sqrt{4x - x^2}}$  dan sumbu- $x$ , mengelilingi

- (a) sumbu- $x$ .      (b) sumbu- $y$ .

18. Tentukan solusi persamaan diferensial

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x(x - 1)}.$$

19. Misalkan  $D$  adalah daerah tertutup di atas sumbu- $x$  yang dibatasi oleh kurva

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1.$$

dan sumbu- $x$ .

- (a) Tentukan titik potong kurva tersebut dengan sumbu- $x$ .  
 (b) Nyatakan luas daerah  $D$  sebagai integral tentu.  
 (c) Tentukan nilai integral tentu tersebut.

20. (a) Tentukan  $\int \sec x dx$ .

(Petunjuk: Kalikan integran dengan

$$\frac{\sec x + \tan x}{\sec x + \tan x}$$

dan gunakan substitusi  $u = \sec x + \tan x$ )

- (b) Tentukan  $\int \frac{1}{\sqrt{a^2 + x^2}} dx$  dan  $\int \sqrt{a^2 + x^2} dx$ .

21. Misalkan  $g$  adalah fungsi yang terdiferensialkan dengan  $g'$  kontinu. Diketahui  $\int_0^2 x g'(x) dx = 5$ ,

dan  $g(2) = 7$ . Hitunglah  $\int_0^2 g(x) dx$ .

22. Misalkan  $f$  adalah fungsi yang terdiferensialkan dua kali dan  $f''$  kontinu.

- (a) Jika  $f(0) = 2$ ,  $f'(0) = 3$ ,  $f(4) = 5$ , dan  $f'(4) = -1$ , hitung  $\int_0^4 x f''(x) dx$ .

- (b) Jika  $f$  fungsi genap dan  $f'(2) = 3$ , tentukan nilai dari  $\int_{-2}^2 x f''(x) dx$ .