

1. Telaah konsep

- Barisan $\{a_n\}$ dikatakan konvergen ke bilangan real a jika _____.
- Jika barisan $\{a_n\}$ monoton naik dan _____, maka barisan $\{a_n\}$ konvergen.
- Barisan $\{r^n\}$ konvergen jika dan hanya jika _____ $< r \leq$ _____.
- Deret $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ disebut konvergen jika barisan $\{S_n\}$ konvergen, dengan $S_n =$ _____.
- Deret $\sum_{n=0}^{\infty} r^n$ konvergen jika dan hanya jika _____ dan jumlahnya adalah _____.
- Jika $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0$, maka $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ _____.
- Jika deret $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ dan $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ konvergen, maka deret $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$ _____.
- Misalkan $a_n \geq 0$ untuk setiap bilangan asli n . Deret $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergen jika dan hanya jika barisan jumlah parsialnya _____.
- Deret $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ konvergen jika dan hanya jika _____.
- Dengan menggunakan uji banding biasa, jika $0 \leq a_n \leq b_n$ dan deret $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ _____, maka deret $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ _____.
- Dengan menggunakan uji banding limit, jika $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = 7$ dan deret $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ konvergen maka deret $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ _____.
- Kekonvergenan deret $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$ lebih mudah diperiksa jika kita menggunakan uji _____.
- Misalkan $a_n \geq 0$ untuk setiap bilangan asli n . Deret $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n$ konvergen jika barisan $\{a_n\}$ monoton turun dan _____.
- Jari-jari kekonvergenan deret pangkat $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ ditentukan dengan menghitung _____.
- Dengan operasi integral, deret pangkat dari $\tan^{-1} x$ dapat diperoleh dari deret pangkat $f(x) =$ _____.
- Misalkan f selalu mempunyai turunan ke- n di a untuk setiap bilangan asli $n \in \mathbb{N}$. Deret

Taylor dari $f(x)$ di sekitar $x = a$ adalah $\sum_{n=0}^{\infty} c_n (x - a)^n$, maka $c_n =$ _____.

- Deret Maclaurin dari $f(x) = e^x$ adalah _____.
 - Galat untuk polinom Taylor dari $f(x)$ berderajat n di sekitar a adalah $R_n(x) =$ _____.
- Tuliskan lima suku pertama dari barisan $\{a_n\}$ dengan aturan-aturan berikut
 - $a_n = \frac{n}{2n-1}$
 - $a_n = \frac{2 + (-1)^n}{n^2}$
 - $a_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n!}$
 - $a_1 = 1, a_{n+1} = 3a_n$
 - Tentukan suku ke- n untuk barisan-barisan pada soal nomor 2, dengan $n = 100, 1000, 10000$, dan buatlah dugaan tentang kekonvergenannya.
 - Periksa kekonvergenan barisan-barisan berikut dengan menghitung limitnya.
 - $a_n = \frac{n+100}{3n-2}$
 - $a_n = \frac{3n^3+1}{100n^2+2n}$
 - $a_n = \frac{\sin n}{n}$
 - $a_n = (-1)^n$
 - $a_n = \frac{2 \ln(n^5)}{\sqrt{n}}$
 - $a_n = \frac{n^{10}}{e^n}$
 - $a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$
 - $a_n = \sqrt{n^2+n} - n$
 - Gunakan teorema kemonotonan barisan untuk menunjukkan kekonvergenan barisan berikut.
 - $a_n = \frac{n+1}{2^n}$
 - $a_n = \ln\left(2 - \frac{1}{n}\right)$
 - Tuliskan deret-deret berikut dalam notasi sigma.
 - $\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{3^5} + \dots$
 - $1 + \frac{1}{9} + \frac{1}{25} + \frac{1}{49} + \frac{1}{81} + \dots$
 - $2 + \frac{2^2}{2!} + \frac{2^3}{3!} + \frac{2^4}{4!} + \frac{2^5}{5!} + \dots$
 - $\frac{1}{2} + \frac{1}{3\sqrt{2}} + \frac{1}{4\sqrt{3}} + \frac{1}{5\sqrt{4}} + \dots$
 - $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \dots$
 - Periksa kekonvergenan deret berikut dengan menghitung limit jumlah parsialnya.
 - $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n}$
 - $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{3}$
 - $\sum_{n=1}^{\infty} (2n-1)$
 - $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2}{3^n} - \frac{(n+1)^2}{3^{n+1}}\right)$
 - $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n(n+2)}$
 - $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\frac{n}{n+1}\right)$

8. Gunakan uji suku ke- n untuk menentukan deret yang mana yang divergen. Tentukan juga deret mana yang memerlukan pengujian lebih lanjut untuk menentukan kekonvergenannya.

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+7}{5n-1}$ (d) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n$
 (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n}$ (e) $\sum_{n=1}^{\infty} \cos(n)$
 (c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt{2n-1}}$ (f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 + \sin n}{n^2 + 1}$

9. Periksa apakah uji integral dapat diterapkan untuk menguji kekonvergenan deret berikut. Jika bisa diterapkan, tentukan kekonvergenan deretnya.

(a) $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{4}{n^2 - 4}$ (d) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln(4n)}$
 (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+3}{n^2+3n}$ (e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n}{n+1}$
 (c) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln(2n)}{n^2}$ (f) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\tan^{-1} n}{1+n^2}$

10. Tentukan suatu batas atas yang baik dari galat yang diperoleh jika deret berikut ditaksir dengan jumlah parsial 1000 suku pertama.

(a) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2^k}$ (c) $\sum_{k=1}^{\infty} k e^{-2k}$
 (b) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k(k+2)}$ (d) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k}{(k^2+1)^2}$

11. Tentukan nilai n agar galat dari penjumlahan n suku pertama dari deret berikut tidak lebih dari $1/10000$.

(a) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2}{k^2}$ (b) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2}{k(\ln k)^3}$

12. Gunakan uji banding biasa untuk menentukan kekonvergenan deret-deret berikut.

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{n^3+1}$ (d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{n+3^n}$
 (b) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{3n+7}{4n^2-1}$ (e) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\sin n}{n}\right)^2$
 (c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}+1}{2n^2+1}$ (f) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln n}$

13. Gunakan uji banding limit untuk menentukan kekonvergenan deret-deret berikut.

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{2n^3-4n+1}$ (d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n+1}{n^3-\ln(n)}$
 (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{2n+3}{n^2+9}}$ (e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(3n)}{n^2+1}$
 (c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{4^n+n^2}$ (f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1} \sin\left(\frac{1}{n}\right)$

14. Gunakan uji rasio untuk menentukan kekonvergenan deret-deret berikut.

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$ (d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{3^n n!}$
 (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^{100}}$ (e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+1)}{n!}$
 (c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n!}$ (f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{3}}{2^n}$

15. Periksa kekonvergenan deret berikut dengan metode yang anda pilih.

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{2}{n+1}\right)^n$ (f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^{2n}}{n!}$
 (b) $\sum_{n=7}^{\infty} \frac{n+2022}{n^3-2021}$ (g) $\sum_{n=1}^{\infty} n \sin\left(\frac{1}{n}\right)$
 (c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \sin^2 n}{2n^3+1}$ (h) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n+4^n}{2^n+5^n}$
 (d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}$ (i) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n}{(2n^2-1) \ln n}$
 (e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n - n^2}$ (j) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{5/4}} \left(1 + \frac{n}{2^n}\right)$

16. Tunjukkan bahwa deret berganti tanda berikut konvergen. Kemudian, berikan suatu batas untuk galat mutlak dari hampiran jumlah deret oleh jumlah parsial 15 suku pertama.

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n+3}$ (c) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n+2}{n^2+2}$
 (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}+1}$ (d) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\ln(n+1)}{n}$

17. Tunjukkan bahwa deret berganti tanda berikut konvergen. Kemudian, tentukan banyaknya suku yang diperlukan agar galat hampiran jumlah deret dengan jumlah parsial lebih kecil dari 0,01.

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{3n+2}$ (c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\ln(n+1)}$
 (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt[3]{n}}$ (d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} n}{n^2+1}$

18. Periksa manakah di antara deret-deret berikut yang konvergen mutlak, konvergen bersyarat, atau divergen.

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2^n} & \text{(d)} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{3n+4} \\ \text{(b)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n\sqrt[3]{n}} & \text{(e)} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n\sqrt{\ln n}} \\ \text{(c)} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n}{3n^2+1} & \text{(f)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}n^4}{3^n} \end{array}$$

19. Gunakan Uji Rasio Mutlak untuk menentukan apakah deret berikut konvergen atau divergen.

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-5)^{n+1}}{n!} & \text{(c)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}n^n}{n!} \\ \text{(b)} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n^4}{4^n} & \text{(d)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}n^n}{3^n n!} \end{array}$$

20. Tentukan himpunan kekonvergenan dari masing-masing deret pangkat berikut.

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2x^n}{5^n} & \text{(e)} \sum_{n=1}^{\infty} n(x-2)^n \\ \text{(b)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n^3} & \text{(f)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n^n} \\ \text{(c)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2n-1} & \text{(g)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x+3)^n}{4^n \sqrt{n}} \\ \text{(d)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+1}} x^n & \text{(h)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!}{2^n} (3x-2)^n \end{array}$$

21. Tentukan uraian deret pangkat dari fungsi-fungsi berikut dan tentukan juga jari-jari kekonvergenannya. (Setiap fungsi berikut terkait dengan deret geometri.)

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} f(x) = \frac{1}{1-3x} & \text{(d)} f(x) = \frac{x-1}{x+2} \\ \text{(b)} f(x) = \frac{7}{5+3x} & \text{(e)} f(x) = \frac{3x}{(x-1)(x+2)} \\ \text{(c)} f(x) = \frac{x^3}{x^2+4} & \end{array}$$

22. Tentukan deret pangkat dari fungsi-fungsi berikut dengan operasi turunan atau integral pada suatu deret pangkat.

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} f(x) = \frac{1}{(1-x)^2} & \text{(c)} f(x) = \tan^{-1}(2x) \\ \text{(b)} f(x) = \frac{2x}{(4+x^2)^2} & \text{(d)} f(x) = \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) \end{array}$$

23. Tentukan fungsi yang mempunyai uraian deret pangkat berikut.

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n+1} x^n & \text{(d)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{n+1} \\ \text{(b)} \sum_{n=0}^{\infty} x^{2n} & \text{(e)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{2^n} x^n \\ \text{(c)} \sum_{n=1}^{\infty} n x^{n-1} & \end{array}$$

24. Tentukan suku-suku deret Maclaurin dari fungsi f berikut sampai dengan suku yang mengandung x^5 . Gunakan deret Maclaurin yang sudah diketahui dan lakukan operasi penjumlahan, perkalian, atau pembagian untuk mendapatkan deret yang diinginkan.

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} f(x) = e^{2x} & \text{(e)} f(x) = e^{-x} \sinh x \\ \text{(b)} f(x) = \sin x + \cos x & \text{(f)} f(x) = \tan x \\ \text{(c)} f(x) = x \tan^{-1} x & \text{(g)} f(x) = \tanh x \\ \text{(d)} f(x) = e^x \ln(1+x) & \text{(h)} f(x) = (1+x)^{3/2} \end{array}$$

25. Tentukan deret Taylor di sekitar $x = a$ dari fungsi berikut.

$$\begin{array}{l} \text{(a)} g(x) = e^x, a = 2 \\ \text{(b)} f(x) = \cos(2x), a = \frac{\pi}{4} \\ \text{(c)} f(x) = \sin(3x), a = \frac{\pi}{6} \\ \text{(d)} h(x) = \frac{1}{x}, a = 1. \\ \text{(e)} f(x) = \ln x, a = 1. \end{array}$$

26. Untuk masing-masing fungsi berikut, tentukan suku banyak Maclaurin orde 4 untuk $f(x)$ dan gunakan untuk menaksir $f(0,1)$.

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} f(x) = e^x & \text{(d)} f(x) = e^{-3x} \\ \text{(b)} f(x) = \cos x & \text{(e)} f(x) = \sqrt[3]{1+x} \\ \text{(c)} f(x) = \ln(1+x) & \text{(f)} f(x) = \tan^{-1} x \end{array}$$

27. Tentukan suku banyak Taylor orde 3 dari fungsi-fungsi di soal nomor 25 di sekitar $x = a$ yang diberikan di soal tersebut.

28. Untuk masing-masing fungsi berikut, tentukan $R_3(x)$, yakni sisa dari suku banyak Taylor orde 3 di sekitar $x = a$. Tentukan juga suatu batas untuk $|R_3(x_0)|$ dengan titik x_0 berikut.

$$\begin{array}{l} \text{(a)} g(x) = \ln(2+x); a = -1; x_0 = -0,9 \\ \text{(b)} g(x) = e^{-x}; a = 1; x_0 = 0,75 \\ \text{(c)} g(x) = \sqrt{x}; a = 4; x_0 = 4,2 \end{array}$$

29. Tentukan n agar polinom Maclaurin berorde n dari fungsi $f(x) = \ln(1+x)$ dapat digunakan untuk menaksir $\ln(1.1)$ dengan galat mutlak kurang dari 0.001.

30. Misalkan deret $\sum_{n=1}^{\infty} c_n x^n$ konvergen di $x = -4$ dan divergen di $x = 6$. Apa yang bisa kita simpulkan tentang kekonvergenan masing-masing deret berikut?

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} c_n$

(c) $\sum_{n=1}^{\infty} c_n (-3)^n$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} c_n 8^n$

(d) $\sum_{n=1}^{\infty} c_n 5^n$.

31. Periksa kekonvergenan deret-deret berikut. Jika konvergen, tentukan jumlahnya.

(a) $\sum_{k=2}^{\infty} \ln \left(1 - \frac{1}{k^2} \right)$

(b) $\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{1}{4 \cdot 5 \cdot 6} + \dots$

(c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)!}$ (Petunjuk: $n = (n+1) - 1$).

32. Misalkan $0 < r < 1$.

(a) Tunjukkan bahwa deret $\sum_{n=1}^{\infty} nr^n$ konvergen dengan uji yang Anda pilih.

(b) Misalkan $S = \sum_{n=1}^{\infty} nr^n$. Tunjukkan bahwa

$$(1-r)S = \sum_{n=1}^{\infty} r^n,$$

kemudian hitung nilai S .

33. Dengan menggunakan uraian deret pangkat (atau Deret Maclaurin) dari $\ln(1+x)$, tuliskan $\ln(3/2)$ dan $\ln(2/5)$ dalam bentuk suatu deret.