

1. Telaah konsep

- (a) Misalkan f adalah fungsi dua peubah x dan y . Jika $f(x, y) \geq 0$ pada suatu persegi panjang R , maka $\iint_R f(x, y) dA$ menyatakan volume _____.
- (b) Jika fungsi dua peubah f _____ pada R , maka f terintegralkan pada R .
- (c) Jika $f(x, y) = 1$ pada

$$R = \{(x, y) : a \leq x \leq b, c \leq y \leq d\},$$

maka $\iint_R f(x, y) dA =$ _____.

- (d) Misalkan $R = \{(x, y) : a \leq x \leq b, c \leq y \leq d\}$ dan f adalah fungsi dua peubah pada R . Integral $\iint_R f(x, y)$ dapat dinyatakan sebagai integral berulang _____.
- (e) Jika $f(x, y) = u(x)v(y)$ dengan fungsi u terintegralkan pada $[a, b]$ dan fungsi v terintegralkan pada $[c, d]$, maka integral $\int_a^b \int_c^d f(x, y) dy dx =$ _____.
- (f) Misalkan

$$S = \{(x, y) : g_1(x) \leq y \leq g_2(x), a \leq x \leq b\}.$$

Integral lipat dua $\iint_S f(x, y) dA$ dapat dituliskan sebagai integral berulang _____.

- (g) Misalkan

$$S = \{(x, y) : h_1(y) \leq x \leq h_2(y), c \leq y \leq d\}.$$

Integral lipat dua $\iint_S f(x, y) dA$ dapat dituliskan sebagai integral berulang _____.

- (h) Cakram satuan $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$ dalam koordinat polar dapat dinyatakan sebagai _____.
- (i) Bentuk $dx dy$ dari integral dalam koordinat Cartesius berubah menjadi _____ untuk integral dalam koordinat polar. $\bar{y} =$ _____.

2. Misalkan $R = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 3, 1 \leq y \leq 4\}$.

Hitung $\iint_R f(x, y) dA$ dengan f adalah fungsi berikut:

$$(a) f(x, y) = \begin{cases} 3, & 0 \leq x \leq 3, 1 \leq y < 3 \\ 2, & 0 \leq x \leq 3, 3 \leq y \leq 4 \end{cases}$$

$$(b) f(x, y) = \begin{cases} 2, & 0 \leq x \leq 3, 1 \leq y < 2 \\ 3, & 0 \leq x \leq 2, 2 \leq y \leq 4 \\ -4, & 2 < x \leq 3, 2 \leq y \leq 4 \end{cases}$$

3. Diketahui $R_1 = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 2\}$,
 $R_2 = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 3, 2 \leq y \leq 6\}$, dan
 $R_3 = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 6\}$.

Misalkan f dan g adalah fungsi dua peubah yang terintegralkan pada daerah R_1 dan R_2 dengan $\iint_{R_1} f(x, y) dA = 3$, $\iint_{R_2} f(x, y) dA = 8$, $\iint_{R_1} g(x, y) dA = 9$ dan $\iint_{R_2} g(x, y) dA = 4$. Hitung integral berikut:

$$(a) \iint_{R_3} f(x, y) dA$$

$$(b) \iint_{R_3} (3g(x, y) + 2) dA.$$

$$(c) \iint_{R_3} (f(x, y) + g(x, y)) dA$$

$$(d) \iint_{R_3} (2f(x, y) - 3g(x, y)) dA$$

4. Partisi persegi panjang

$$R = \{(x, y) : 1 \leq x \leq 7, 2 \leq y \leq 6\}$$

ke dalam 6 persegi berukuran 2×2 . Untuk fungsi-fungsi berikut, taksir nilai $\iint_R f(x, y) dA$ dengan menghitung jumlah Riemann $\sum_{k=1}^6 f(\bar{x}_k, \bar{y}_k) \Delta A_k$ dengan (\bar{x}_k, \bar{y}_k) merupakan titik pusat dari keenam persegi.

$$(a) f(x, y) = 2x + 3y - 2 \quad (b) f(x, y) = 3 - xy - y^2$$

5. Misalkan $R = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 3\}$. Hitung $\iint_R (3 - y) dA$ dengan cara menggambar benda pejal yang volumenya dinyatakan oleh integral ini, lalu menghitung volume benda tersebut.

6. Hitung masing-masing integral berulang berikut.

$$(a) \int_1^2 \int_0^3 (5x^4 + 4y) dy dx$$

$$(b) \int_0^{\pi/2} \int_0^2 4x^3 \cos y dx dy$$

$$(c) \int_0^1 \int_1^2 ye^{xy} dy dx$$

$$(d) \int_0^1 \int_0^1 x\sqrt{xy+2} dy dx$$

7. Misalkan $R = \{(x, y) : -2 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1\}$. Hitung $\iint_R \frac{x}{1+x^4y} dA$.

8. Tentukan volume benda pejal di antara permukaan $z = 3x^2 + 2y^2$ dan bidang $z = 5$ yang terletak di atas persegi panjang $R = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$.

9. Hitung integral berulang berikut

$$(a) \int_1^2 \int_0^{x+1} xy dy dx$$

$$(b) \int_{-1}^2 \int_0^{2y} (3x^2 + 2xy) dx dy$$

$$(c) \int_1^4 \int_0^x \frac{4}{x^2 + y^2} dy dx$$

$$(d) \int_0^{\frac{\pi}{4}} \int_0^{\sin y} e^x \cos y \, dx \, dy$$

10. Ubah urutan pengintegralan dari integral berulang berikut

$$(a) \int_0^2 \int_0^{2x} f(x, y) \, dy \, dx$$

$$(b) \int_0^1 \int_{y^2}^y f(x, y) \, dx \, dy$$

$$(c) \int_0^1 \int_1^{e^x} f(x, y) \, dy \, dx$$

$$(d) \int_{-1}^0 \int_{-\sqrt{y+1}}^{\sqrt{y+1}} f(x, y) \, dx \, dy$$

11. Hitung integral berikut:

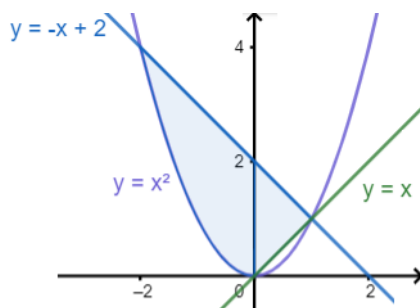
$$(a) \int_0^{\sqrt{3}} \int_0^1 \frac{2x}{(x^2 + y^2 + 1)^2} \, dy \, dx$$

$$(b) \int_0^4 \int_{\sqrt{x}}^2 \sin(y^3) \, dy \, dx$$

12. Hitung $\iint_S \frac{4}{1+x^2} \, dA$ dengan S adalah daerah segitiga dengan titik sudut $(0, 0)$, $(2, 2)$, $(0, 2)$.

13. Tentukan volume benda pejal di oktan pertama yang dibatasi oleh permukaan $9x^2 + 4y^2 = 36$ dan $9x + 4y - 6z = 0$.

14. Hitung $\iint_S 6xy \, dA$ dengan S adalah daerah yang diarsir berikut



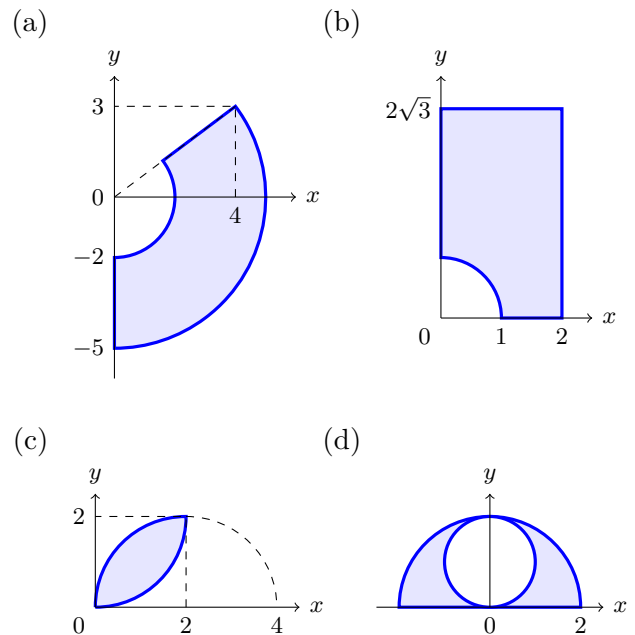
15. Sketsalah grafik persamaan berikut pada bidang- xy . Kemudian, tentukan persamaan dalam koordinat polar.

- | | |
|-------------|---------------------|
| (a) $x = 0$ | (c) $x^2 + y^2 = 9$ |
| (b) $y = x$ | (d) $x^2 = y$. |

16. Tentukan persamaan Cartesius dari persamaan dalam koordinat polar berikut, kemudian sketsalah grafiknya

- | | |
|-----------------------------|---|
| (a) $r = 2$ | (d) $\tan \theta = 1/2$ |
| (b) $\theta = 2\pi/3$ | (e) $r = 4 \cos \theta$ |
| (c) $r \cos \theta - 3 = 0$ | (f) $r = 6 \cos \theta + 8 \sin \theta$ |

17. Deskripsikan daerah yang diarsir pada gambar-gambar berikut dalam koordinat polar



18. Hitunglah luas daerah S dengan menggunakan integral lipat dalam koordinat polar. Sketsalah daerah tersebut terlebih dahulu.

- $S = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$
- S adalah daerah di dalam lingkaran $r = 4 \cos \theta$ dan di luar lingkaran $r = 2$.
- S adalah daerah pada kuadran pertama yang berada di dalam lingkaran $r = 2$ dan di luar $r = 2 \cos \theta$.
- S adalah daerah terkecil yang dibatasi oleh grafik $r = 4 \sin \theta$ dan $\theta = \pi/6$.

19. Hitunglah integral dalam koordinat Cartesius berikut dengan mengubahnya ke dalam integral dalam koordinat polar. Sketsalah daerah pengintegralannya terlebih dahulu.

- $\iint_S \sqrt{x^2 + y^2} \, dA$ dengan $S = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$
- $\iint_R \tan^{-1}(x/y) \, dA$ dengan $R = \{(x, y) \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, 0 \leq y \leq x\}$
- $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-y^2}} \sin(x^2 + y^2) \, dx \, dy$
- $\int_0^{\sqrt{2}} \int_y^{\sqrt{4-y^2}} \frac{2}{\sqrt{1+x^2+y^2}} \, dx \, dy$.

20. Dengan menggunakan koordinat polar, tentukan volume benda pejal di atas bidang- xy yang dibatasi oleh permukaan $2x^2 + 2y^2 + z^2 = 18$ dan tabung $x^2 + y^2 = 4$.