1. Telaah konsep

   (a) Misalkan $R = \{(x,y) : a \leq x \leq b, c \leq y \leq d\}$ dan f adalah fungsi dua peubah pada R. Integral $\iint_R f(x,y)$ dapat dinyatakan sebagai integral berulang __________.

   (b) Jika $f(x,y) = u(x)v(y)$ dengan fungsi u terintegralkan pada $[a,b]$ dan fungsi v terintegralkan pada $[c,d]$, maka integral $\int_a^b \int_c^d f(x,y)\,dy\,dx =$__________

   (c) Misalkan

   $$S = \{(x,y) : g_1(x) \leq y \leq g_2(x), a \leq x \leq b\}.$$

   Integral lipat dua $\iint_S f(x,y)dA$ dapat dituliskan sebagai integral berulang __________.

   (d) Cakram satuan $D = \{(x,y) : x^2 + y^2\}$ dalam koordinat polar dapat dinyatakan sebagai __________.

   (e) Bentuk $dxdy$ dari integral dalam koordinat Cartesius berubah menjadi __________ untuk integral dalam koordinat polar.

   (f) Misalkan $\delta(x,y)$ menyatakan kerapatan di (x,y) dari suatu lamina S. Jika $(\overline{x}, \overline{y})$ menyatakan titik pusat massa dari S, maka $\overline{x} =$__________ dan $\overline{y} =$__________.

   (g) $\iiint_S 1dV$ menunjukkan __________ dari benda pejal S.

   (h) $\int_0^1 \int_0^1 \int_{x^2}^x x\,dydxdz = \int_0^1 \int_0^1 \int_{g(y)}^{h(y)} x\,dxdydz$ dengan $g(y) =$__________ dan $h(y) =$__________.

   (i) Bentuk $dV = dxdydz$ akan menjadi $dV =$__________ jika menggunakan koordinat tabung dan menjadi $dV =$__________ jika menggunakan koordinat bola.

2. Misalkan $R = \{(x,y) : 0 \leq x \leq 3, 1 \leq y \leq 4\}$. Hitung $\iint_R f(x,y)\,dA$ dengan f adalah fungsi berikut:

   (a) $f(x,y) = \begin{cases} 3, & 0 \leq x \leq 3, 1 \leq y < 3 \\ 2, & 0 \leq x \leq 3, 3 \leq y \leq 4 \end{cases}$

   (b) $f(x,y) = \begin{cases} 2, & 0 \leq x \leq 3, 1 \leq y < 2 \\ 3, & 0 \leq x \leq 2, 2 \leq y \leq 4 \\ -4, & 2 < x \leq 3, 2 \leq y \leq 4 \end{cases}$

3. Partisi persegi panjang

   $$R = \{(x,y) : 1 \leq x \leq 7, 2 \leq y \leq 6\}$$

   ke dalam 6 persegi berukuran 2×2. Untuk fungsi-fungsi berikut, taksir nilai $\iint_R f(x,y)\,dA$ dengan menghitung jumlah Riemann $\sum_{k=1}^{6} f(\bar{x}_k, \bar{y}_k)\Delta A_k$ dengan $(\bar{x}_k, \bar{y}_k)$ merupakan titik pusat dari keenam persegi.

   (a) $f(x,y) = 2x+3y-2$ (b) $f(x,y) = 3-xy-y^2$

4. Diketahui $R_1 = \{(x,y) : 0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 2\}$, $R_2 = \{(x,y) : 0 \leq x \leq 3, 2 \leq y \leq 6\}$, dan $R_3 = \{(x,y) : 0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 6\}$. Misalkan fungsi dua peubah g terintegralkan pada daerah R_1 dan R_2 dengan $\iint_{R_1} g(x,y)\,dA = 4$ dan $\iint_{R_2} g(x,y)\,dA = 2$. Hitung $\iint_{R_3} (3g(x,y)+2)\,dA$.

5. Misalkan $R = \{(x,y) : 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 3$. Hitung $\iint_R (3-y)\,dA$ dengan cara menggambar benda pejal yang volumenya dinyatakan oleh integral ini, lalu menghitung volume benda tersebut.

6. Hitung masing-masing integral berulang berikut

   (a) $\int_0^3 \int_1^2 (6x^2+y)\,dy\,dx$

   (b) $\int_0^2 \int_0^{\pi/2} y^2 \sin x\ dx\ dy$

   (c) $\int_1^2 \int_0^1 xe^{xy} dx\ dy$

   (d) $\int_0^1 \int_0^1 y\sqrt{xy+2}\ dx\,dy$

7. Misalkan $R = \{(x,y) : -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2\}$. Hitung $\iint_R \frac{x}{1+x^4y}\ dA$.

8. Tentukan volume benda pejal di antara permukaan $z = 3x^2 + 2y^2$ dan bidang $z = 3$ dan terletak yang terletak di atas persegi panjang
   . $R = \{(x,y) \mid 1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1\}$.

9. Hitung integral berulang berikut

   (a) $\int_1^2 \int_0^{x+1} xy\,dy\,dx$

   (b) $\int_{-1}^2 \int_0^{2y} (3x^2+2xy)\ dx\ dy$

   (c) $\int_1^4 \int_0^x \frac{4}{x^2+y^2}\,dy\,dx$

   (d) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \int_0^{\sin y} e^x \cos y\ dx\ dy$

10. Ubah urutan pengintegralan dari integral berulang berikut

    (a) $\int_0^2 \int_0^{2x} f(x,y)\,dy\,dx$

    (b) $\int_0^1 \int_{y^2}^y f(x,y)\,dx\,dy$

(c) $\int_0^1 \int_1^{e^x} f(x,y)\, dy\, dx$

(d) $\int_{-1}^0 \int_{-\sqrt{y+1}}^{\sqrt{y+1}} f(x,y)\, dx\, dy$

11. Hitung integral berikut:

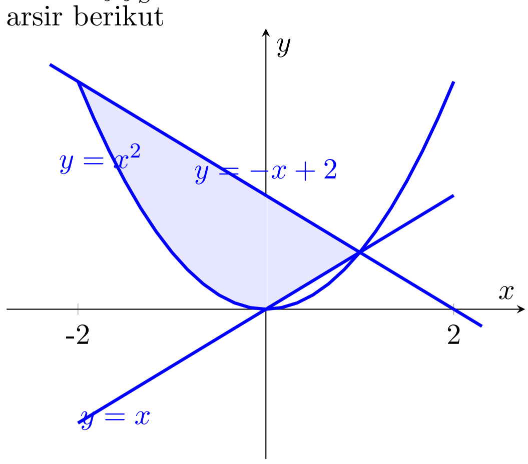
(a) $\int_0^{\sqrt{3}} \int_0^1 \dfrac{2x}{(x^2+y^2+1)^2}\, dy\, dx$

(b) $\int_0^4 \int_{\sqrt{x}}^2 \sin(y^3)\, dy\, dx$

12. Hitung $\iint_S \dfrac{4}{1+x^2}\, dA$ dengan S adalah daerah segitiga dengan titik sudut $(0,0), (2,2), (0,2)$.

13. Tentukan volume benda pejal di oktan pertama yang dibatasi oleh permukaan $9x^2+4y^2=36$ dan $9x+4y-6z=0$.

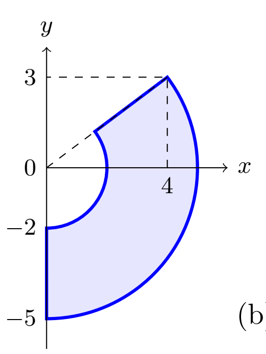
14. Hitung $\iint_S 6xy\, dA$ dengan S adalah daerah yang diarsir berikut



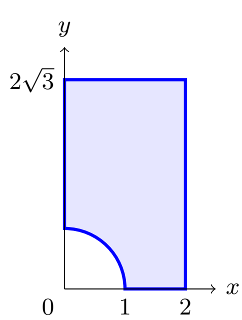
15. Tentukan persamaan Cartesius dari fungsi-fungsi berikut, kemudian sketsalah grafiknya

(a) $r=2$
(b) $\theta = 2\pi/3$
(c) $r\cos\theta - 3 = 0$
(d) $\tan\theta = 1/2$
(e) $r = 4\cos\theta$
(f) $r = 6\cos\theta + 8\sin\theta$

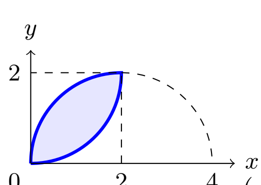
16. Deskripsikan daerah yang diarsir pada gambar-gambar berikut dalam koordinat polar



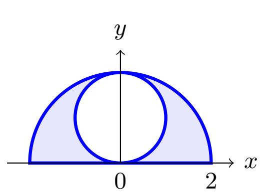
(a)



(b)



(c)



(d)

17. Hitunglah luas daerah S dengan menggunakan integral lipat dalam koordinat polar. Sketsalah daerah tersebut terlebih dahulu.

(a) S adalah daerah di dalam lingkaran $r = 4\cos\theta$ dan di luar lingkaran $r=2$.

(b) S adalah daerah pada kuadran pertama yang berada di dalam lingkaran $r=2$ dan di luar $r = 2\cos\theta$.

(c) S adalah daerah terkecil yang dibatasi oleh grafik $r = 4\sin\theta$ dan $\theta = \pi/6$.

18. Hitunglah integral dalam koordinat Cartesius berikut dengan mengubahnya ke dalam integral dalam koordinat polar. Sketsalah daerah pengintegralannya terlebih dahulu.

(a) $\iint_S \dfrac{1}{4+x^2+y^2}\, dA$ dengan S adalah juring lingkaran pada kuadran I di antara garis $y=x$, $y=0$, dan $r=2$.

(b) $\iint_R \tan^{-1}(x/y)\, dA$ dengan $R = \{(x,y) \mid 1 \le x^2+y^2 \le 4, 0 \le y \le x\}$

(c) $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-y^2}} \sin(x^2+y^2)\, dx\, dy$

(d) $\int_0^{\sqrt{2}} \int_y^{\sqrt{4-y^2}} \dfrac{2}{\sqrt{1+x^2+y^2}}\, dx\, dy$

19. Dengan menggunakan koordinat polar, tentukan volume benda pejal di atas bidang-xy yang dibatasi oleh permukaan $2x^2+2y^2+z^2=18$ dan tabung $x^2+y^2=4$.

20. Tentukan massa dan pusat massa dari lamina yang dibatasi oleh kurva-kurva berikut dan memiliki kepadatan berikut.

(a) $x=0, x=4, y=0, y=3$; $\delta(x,y) = x+y+1$

(b) $y=0, y=\sin(x), x=0, x=\pi$; $\delta(x,y)=y$

(c) $r = 3\cos\theta)$; $\delta(r,\theta) = r$.

(d) $r = 2(1+\sin\theta)$; $\delta(r,\theta)=r$.

21. Kepadatan penduduk pada daerah di dalam radius 5 kilometer dari pusat kota adalah $f(x,y) = \dfrac{100}{1+2x^2+2y^2}$ ribu orang per km^2. Tentukan banyak penduduk di daerah tersebut.

22. Misalkan rapat massa dari suatu lamina adalah $\delta(x,y)$. Jika integral di bawah menyatakan massa lamina tersebut, tentukan δ dan pusat massanya.

(a) $\int_{-3}^3 \int_0^{\sqrt{9-x^2}} (x^2+y^2)\, dy\, dx$

(b) $\int_0^3 \int_x^3 y\, dy\, dx$

23. Hitung masing-masing integral berulang berikut

(a) $\int_0^5 \int_{-2}^4 \int_1^2 6xy^2z^3\, dx dy dz.$

(b) $\int_4^{24}\int_0^{24-x}\int_0^{24-x-y} \frac{y+z}{x} dzdydx.$

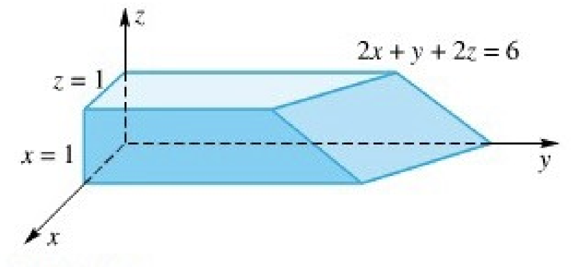
24. Sketsakan benda pejal S lalu tuliskan integral berulang untuk $\iiint_S f(x,y,z)\, dV.$
    (a) $S = \{(x,y,z) : 0 \le x \le \sqrt{4-y^2}, 0 \le y \le 2, 0 \le z \le 3\}.$
    (b) $S = \{(x,y,z) : 0 \le x \le y^2, 0 \le y \le \sqrt{z}, 0 \le z \le 1\}.$
    (c) S adalah tetrahedral dengan titik sudut $(0,0,0), (3,2,0), (0,3,0)$, dan $(0,0,2)$.
    (d) S adalah daerah di oktan pertama dibatasi oleh permukaan $z = 9 - x^2 - y^2$ dan bidang-bidang koordinat.
    (e) S adalah daerah terkecil yang dibatasi silinder $x^2 + y^2 - 2y = 0$, bidang $x - y = 0$, $z = 0$ dan $z = 3$.

25. Gunakan integral lipat tiga untuk menentukan volume benda dibatasi silinder $y = x^2 + 2$ dan bidang $y = 4$, $z = 0$, dan $3y - 4z = 0$.

26. Gunakan integral lipat tiga untuk menentukan pusat massa tetrahedral dibatasi bidang $x + y + z = 1$, $x = 0$, $y = 0$, dan $z = 0$, jika rapat massa dari setiap titik sebanding dengan jumlah koordinat dari setiap titik.

27. Ubah urutan pengintegralan sesuai yang diminta.
    (a) $\int_0^1\int_0^{\sqrt{1-y^2}}\int_0^{\sqrt{1-y^2-z^2}} f(x,y,z)\, dxdzdy; dzdydx.$
    (b) $\int_0^2\int_0^{9-x^2}\int_0^{2-x} f(x,y,z)\, dzdydx;\ dzdxdy.$

28. Perhatikan gambar benda berikut di oktan pertama yang merupakan silinder persegi dengan sisi $x = 0, x = 1, z = 0$, dan $z = 1$ yang dipotong oleh bidang $2x + y + 2z = 6$.
    (a) Tentukan volume benda tersebut dalam dua cara :
        i. integral dalam $dzdydx$.
        ii. integral dalam $dydxdz$.



    (b) Dengan mengasumsikan rapat massanya konstan k, tentukan pusat massa benda tersebut.

29. Gunakan koordinat tabung untuk menghitung volume benda pejal dengan deskripsi yang diberikan:
    (a) di bawah permukaan $z = xy$, di atas bidang-xy, dan di dalam tabung $x^2 + y^2 = 2x$.
    (b) dibatasi bola berjari-jari 5 dengan pusat titik asal dan di bawah bidang $z = 4$
    (c) d atas bidang $z = y + 4$, di bawah bidang-xy, dan di dalam $x^2 + y^2 = 4$.

30. Gunakan koordinat tabung untuk menghitung volume benda pejal dengan deskripsi yang diberikan:
    (a) berada diantara bola berjari-jari 3 dan 5.
    (b) di dalam bola berjari-jari 4 dan di luar tabung $x^2 + y^2 = 4$.
    (c) di dalam $x^2+y^2+z^2 = 16$, di luar $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, dan di atas bidang-xy.

31. Hitung

$$\int_{-3}^{3}\int_{-\sqrt{9-x^2}}^{\sqrt{9-x^2}}\int_0^{\sqrt{9-x^2-z^2}} (x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}\, dydzdx.$$