UJIAN AKHIR SEMESTER - MATEMATIKA IIC (MA1203)

Senin, 16 Juni 2025

WAKTU: 120 MENIT

Dilarang menggunakan kalkulator dan alat bantu hitung lainnya. Ujian ini terdiri atas ***dua*** *bagian: A (9 soal uraian singkat, dengan nilai maksimum tiap soal 3) dan B (2 soal uraian panjang, dengan nilai maksimum tiap soal 8).*

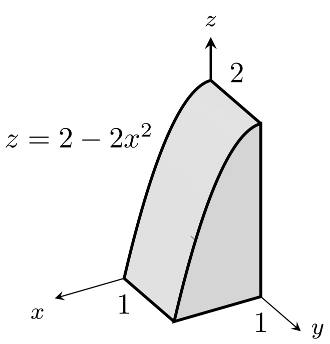
Bagian A

1. Cari semua titik kritis dari $f(x,y) = x^3 - 12x + y^2 - 8y + 7$ dan tentukan jenisnya.

2. Ubah urutan integral berulang $\int_0^2 \int_0^{x^2} f(x,y)\,dydx$ menjadi $dxdy$.

3. Hitung $\iint_D ye^{xy} dA$ dengan $D = \{(x,y) : 0 \le x \le 1, 0 \le y \le 2\}$.

4. Hitung $\iiint_B 6\ dV$ dengan B adalah benda pejal berbentuk seperti gambar di bawah.



5. Diberikan fungsi skalar $f(x,y) = xy$. Hitung divergensi dari medan gradien dari $f(x,y)$.

6. Tentukan semua titik kritis dari $f(x,y) = x^2 + y^2$ pada kendala $g(x,y) = x + 3y - 12 = 0$.

7. Nyatakan integral lipat tiga

$$\int_{-1}^{1} \int_0^{\sqrt{1-y^2}} \int_{x^2+y^2}^{\sqrt{x^2+y^2}} f(x,y,z)\ dz\ dx\ dy$$

dalam koordinat tabung (**integral tidak perlu dihitung**).

8. Jika lintasan C adalah lingkaran berjari-jari R yang berorientasi positif, hitunglah $\oint_C -3ydx + 2xdy$ dengan menggunakan Teorema Green.

9. Misalkan G adalah permukaan bidang $z = 4 - 2x - y$ yang berada di oktan pertama. Tentukan fluks dari medan vektor $\mathbf{F} = x\,\mathbf{i} + y\,\mathbf{j} + z\,\mathbf{k}$ yang melalui permukaan tersebut.

Bagian B

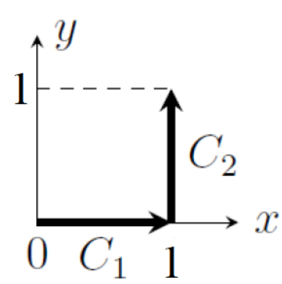
1. Misalkan sebuah lamina berbentuk daerah R yang berada di luar $x^2 + y^2 = 4$ dan di dalam $x^2 + y^2 = 4x$

   (a) Sketsa daerah tersebut.

   (b) Hitung luas daerah tersebut dengan menggunakan integral lipat dua dalam koordinat polar.

   (c) Misalkan integral yang menyatakan massa lamina adalah $\iint_R dr\,d\theta$. Tentukan rapat massa lamina $\delta(x,y)$.

2. Diberikan medan vektor di bidang sebagai $\mathbf{F}(x,y) = (6 - 2xy + y^3)\mathbf{i} + (px^2 - 8y + 3xy^2)\mathbf{j}$ dengan $x \neq 0, y \neq 0$. Misalkan C adalah gabungan lintasan dari ruas garis C_1 dan C_2 seperti gambar di bawah.



   (a) Tentukan nilai p sehingga medan vektor $\mathbf{F}$ bersifat konservatif.

   (b) Dengan menggunakan nilai p yang diperoleh di (a), tentukan fungsi skalar $u(x,y)$ yang memenuhi $u(0,1) = 0$ sehingga $\mathbf{F}(x,y) = \nabla u(x,y)$.

   (c) Hitunglah $\int_{C_1} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$.

   (d) Gunakan teorema dasar integral garis untuk menghitung $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$.