

# UJIAN TENGAH SEMESTER - MATEMATIKA IIC (MA1203)

Sabtu, 26 April 2025

WAKTU: 120 MENIT

Dilarang menggunakan kalkulator dan alat bantu hitung lainnya. Ujian ini terdiri atas **dua** bagian: B (9 soal uraian singkat, dengan nilai maksimum tiap soal 3) dan C (2 soal uraian panjang, dengan nilai maksimum tiap soal 8).

## Bagian B

1. Tentukan  $\int x \cos(2x) dx$ .
2. Tentukan apakah deret  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{4^n \sqrt{n}}$  konvergen atau divergen.
3. Tentukan sukubanyak Maclaurin berderajat 13 dari  $f(x) = \int_0^x \cos(t^3) dt$  dengan memanfaatkan sukubanyak Maclaurin dari  $\cos x$ .
4. Tentukan sebuah vektor satuan yang tegak lurus dengan kedua vektor  $\mathbf{u} = \mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k}$  dan  $\mathbf{v} = \mathbf{i} - \mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ .
5. Tentukan turunan berarah dari fungsi  $f(x, y) = 2xe^y + \sin y$  di titik  $(0, 0)$  dalam arah  $\mathbf{u} = \mathbf{i} + \mathbf{j}$ .
6. Tentukan  $\int \sin^3 t \cos^2 t dt$ .
7. Tentukan hampiran dari  $\ln(1, 1)$  dengan menggunakan polinom Maclaurin orde 3 dari fungsi  $f(x) = \ln(1 + x)$ .
8. Perhatikan bahwa limit berikut tidak ada:  
$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x \sin y}{x^2 + y^2}.$$
9. Tentukan semua titik pada permukaan  $z = 2x^2 + 3y^2$  yang bidang singgungnya di titik tersebut tegak lurus dengan bidang  $8x - 3y - z = 0$ .

Deret Maclaurin beberapa fungsi:

- $\frac{1}{1-x} = 1 - x + x^2 - x^3 + \dots$
- $\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots$
- $\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots$
- $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$

## Bagian C

1. Misalkan  $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4}$ .
  - (a) Tentukan  $\lim_{x \rightarrow 0} (e^x - 1)f(x + 2)$ .
  - (b) Tentukan  $\int_0^3 f(x) dx$ .
  - (c) Dengan menggunakan hasil dari (b), periksa apakah  $F(x) = \int_x^5 f(t) dt, 2 < x \leq 5$  mempunyai nilai maksimum atau tidak.
2. Misalkan persamaan gerak suatu partikel adalah  
$$\mathbf{r}(t) = \left( \frac{1}{2}mt^2 - 6t + 7 \right) \mathbf{i} + (t^2 - 4)\mathbf{j} + (t^2 - 10)\mathbf{k}$$
dengan  $m$  suatu konstanta. Diketahui  $\mathbf{v}(t)$  vektor kecepatan partikel pada saat  $t$  dan  $\mathbf{a}(t)$  vektor percepatan partikel pada saat  $t$  dengan  $\mathbf{v}(1)$  tegak lurus  $\mathbf{a}(1)$ .
  - (a) Tentukan konstanta  $m$ .
  - (b) Tentukan persamaan simetrik garis singgung kurva pada saat  $t = 1$ .
  - (c) Tentukan sudut antara vektor percepatan dan kecepatannya saat  $t = 0$ .