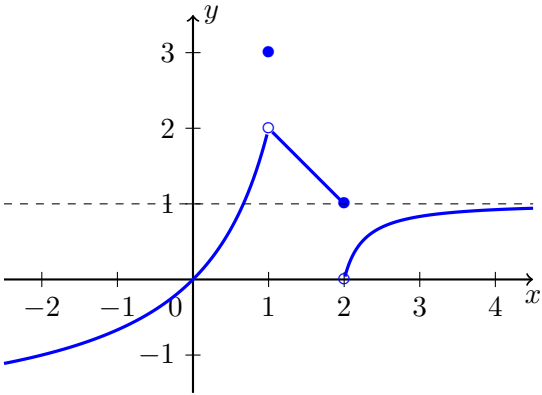


1. Telaah konsep.

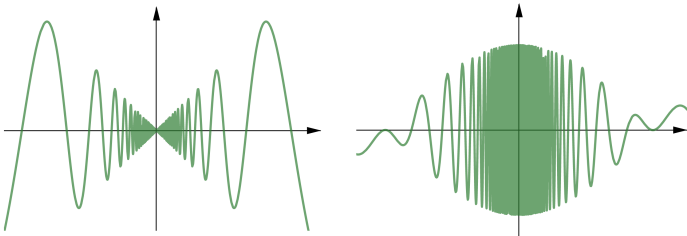
- (a) Fungsi $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 3}$ tidak terdefinisi di $x = 3$, tetapi $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \rule{1cm}{0.4pt}$.
- (b) Jika $\lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = L$ dan $\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = L - 1$, maka dapat disimpulkan bahwa $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = \rule{1cm}{0.4pt}$.
- (c) Misalkan $\varepsilon > 0$. Pertaksamaan $|f(x) - L| < \varepsilon$ ekuivalen dengan $\rule{1cm}{0.4pt} < f(x) < \rule{1cm}{0.4pt}$.
- (d) Menurut definisi limit, arti dari $\lim_{x \rightarrow 2} x^2 = 4$ adalah $\rule{1cm}{0.4pt} \epsilon > 0$, terdapat $\delta > 0$ sehingga $\rule{1cm}{0.4pt}$ mengakibatkan $\rule{1cm}{0.4pt}$.
- (e) Misalkan fungsi f , g , dan h memenuhi $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$ untuk semua x yang dekat dengan c , kecuali mungkin $x = c$. Jika $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = \lim_{x \rightarrow c} h(x) = L$, maka $\lim_{x \rightarrow c} g(x) = \rule{1cm}{0.4pt}$.
- (f) Garis $x = -1$ adalah asimtot tegak dari fungsi $f(x) = \frac{x - 1}{x^2 - 1}$ karena $\rule{1cm}{0.4pt}$ dan garis $x = 1$ bukan asimtot tegak dari fungsi tersebut karena $\rule{1cm}{0.4pt}$.
- (g) Jika $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2$, maka salah satu asimtot datar dari kurva $y = f(x)$ adalah garis $\rule{1cm}{0.4pt}$.
- (h) Jika $f(c) = 1$ dan $\lim_{t \rightarrow c} f(t) = 1$, maka f $\rule{1cm}{0.4pt}$ di c .
- (i) Diketahui f kontinu pada $[a, b]$. Jika $f(a) < 1$ dan $f(b) > 1$, maka berdasarkan Teorema Nilai Antara, terdapat $c \in \rule{1cm}{0.4pt}$ sehingga $\rule{1cm}{0.4pt}$.

2. Tentukan nilai limit-limit berikut (jika ada) dengan grafik fungsi f diberikan di bawah ini.

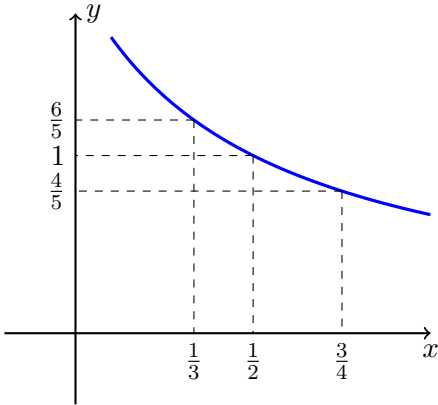


- (a) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ (c) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ (e) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$
- (b) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ (d) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$

3. Tentukan nilai dari $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ (jika ada) untuk fungsi f yang grafiknya diberikan pada gambar berikut.



4. Gunakan grafik fungsi f berikut untuk menentukan suatu $\delta > 0$ sehingga kondisi $0 < \left|x - \frac{1}{2}\right| < \delta$ menjamin $|f(x) - 1| < \frac{1}{5}$



5. Tunjukkan bahwa pernyataan berikut benar.
- (a) $0 < |x - 4| < \frac{1}{300} \implies |3x - 12| < \frac{1}{100}$
- (b) $0 < |x - 25| < \frac{1}{20} \implies |\sqrt{x} - 5| < \frac{1}{100}$
- (c) $0 < |x - 3| < \frac{1}{700} \implies |x^2 - 9| < \frac{1}{100}$.
6. Misalkan $f(0) = 7$, $g(0) = 3$, $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$ dan $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = -1$. Hitung limit-limit berikut.

- (a) $\lim_{x \rightarrow 0} (2f(x) + g(x))$ (c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{f(x) - x + 1}$
- (b) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) \cdot (g(x) + 1)$ (d) $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{f(x)^2 - 3g(x)}$.

7. Hitung limit-limit berikut.

- (a) $\lim_{x \rightarrow 3} (7x + 5)$ (e) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2 + h)^3 - 8}{h}$
- (b) $\lim_{t \rightarrow -1} (t^3 + 3t - 2)$ (f) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 2\sqrt{x}}{3x - 12}$
- (c) $\lim_{u \rightarrow 2} \sqrt{\frac{3u^2 + 4}{u + 2}}$ (g) $\lim_{t \rightarrow 1} \left(\frac{2t}{t^2 - 1} - \frac{1}{t - 1} \right)$.
- (d) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^3 - 5x^2 + 6x}$

8. Hitung limit-limit berikut atau jelaskan mengapa limit tersebut tidak ada.

- (a) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|2x - 4|}{x - 2}$ (c) $\lim_{x \rightarrow 1} \lfloor 2x + 1 \rfloor$
- (b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x - 2| + x^2 - 4}{x - 2}$ (d) $\lim_{x \rightarrow 1} \left\lceil \frac{2x + 1}{3} \right\rceil$.

9. Hitung limit-limit berikut atau jelaskan mengapa limit tersebut tidak ada

- (a) $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \cos \frac{2}{x}$ (c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{10^{10}} \sin \frac{1}{x^3}$
- (b) $\lim_{x \rightarrow 0^-} x \sin \left(\frac{3}{x^2} \right)$ (d) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \tan x \cdot \cos \left(\frac{1}{x^2} \right)$.

10. Hitung

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{3x}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^3 x}{3x^2}$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(4x) - 1}{x \sin(2x)}$

(d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sec^2 x - 1}{4x^2}$

(e) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin^2 x}{1 + \cos x}$

(f) $\lim_{t \rightarrow \pi/4} \frac{4t - \pi}{\sin t - \cos t}$

11. Hitung limit berikut atau jelaskan mengapa limit tersebut tidak ada.

(a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 1}{3x - 5}$

(b) $\lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{t^2 + 5t}{t^3 + 7}$

(c) $\lim_{t \rightarrow \infty} 2 \cos 3t$

(d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10^{100} + 2\sqrt{x}}{\sqrt{1 + 4x}}$

(e) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{2x + 1}$

(f) $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\cos t + 100}{t + 1}$

12. Tentukan apakah limit berikut bernilai $+\infty$ atau $-\infty$.

(a) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x - 3}{x - 2}$

(b) $\lim_{t \rightarrow 4^-} \frac{t^2}{t^2 - 16}$

(c) $\lim_{\theta \rightarrow \pi^+} \frac{\theta}{1 + \cos \theta}$

(d) $\lim_{\theta \rightarrow 0^-} \frac{1 + \cos(\theta)}{\sin(3\theta)}$

13. Tentukan asimtot datar dan asimtot tegak (jika ada) dari grafik fungsi berikut.

(a) $h(x) = \frac{x^2}{4 - x^2}$

(b) $k(x) = \frac{5x - 5}{x^2 - 5x + 4}$

(c) $p(x) = \frac{3x + \sin x}{2x}$

(d) $q(x) = \frac{4x}{\sqrt{16x^2 + 1}}$

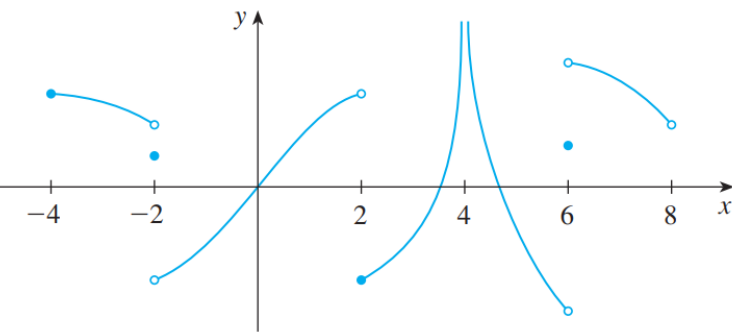
14. Tentukan di titik-titik mana saja fungsi berikut tidak kontinu. Tentukan juga apakah ketidakkontinuan fungsi di titik-titik tersebut terhapuskan atau tidak.

(a) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4}, & x \neq 2 \text{ dan } x \neq -2. \\ 5, & x = 2 \text{ atau } x = -2 \end{cases}$

(b) $g(x) = \begin{cases} x + 1, & x < 1 \\ x^2, & x \geq 1 \end{cases}$

(c) $h(x) = \left\lfloor \frac{x}{3} \right\rfloor$.

15. Diberikan fungsi g dengan grafik sebagai berikut:



Tentukan semua interval di mana fungsi g kontinu.

16. Tentukan semua konstanta a sehingga fungsi-fungsi berikut kontinu di setiap bilangan real.

(a) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 7x + 6}{x - 6}, & x \neq 6 \\ a, & x = 6 \end{cases}$

(b) $f(x) = \begin{cases} a^2x + 10, & x < 3 \\ 4x + 5a, & x \geq 3 \end{cases}$

(c) $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + a, & x < 1 \\ \frac{\sin(ax - a)}{x^2 - 1}, & x \geq 1 \end{cases}$

17. Tentukan konstanta a, b dan c sehingga fungsi

$$g(t) = \begin{cases} \frac{c - \cos t}{t}, & t < 0 \\ at^2 - t + 2b, & 0 \leq t < 2 \\ t + a + b + c, & t \geq 2 \end{cases}$$

kontinu di setiap bilangan real.

18. Gunakan Teorema Nilai Antara untuk menunjukkan bahwa persamaan $x^5 - 8x^2 + 2 = 0$ mempunyai setidaknya satu akar pada interval $[0, 1]$

19. Buktikan bahwa terdapat $c \in [0, \pi/2]$ yang memenuhi $\cos(c) = 5c - 1$

20. Hitung limit-limit berikut ini

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} x \left\lfloor \frac{1}{x} \right\rfloor$

(b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\lfloor x \rfloor + \sin x}{2x + 1}$.

Petunjuk: Gunakan ketaksamaan $x - 1 < \lfloor x \rfloor \leq x$

21. Tentukan nilai a dan b yang memenuhi masing-masing kesamaan berikut ini.

(a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{x - 1} = 7$

(b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x + a} - b}{x^2 - 4} = \frac{1}{8}$.

22. Tentukan suatu interval dengan panjang $1/4$ yang memuat akar dari persamaan $x^3 + 2x + 1 = 0$. Berdasarkan hasil tersebut, berikan suatu taksiran untuk salah satu akar dari $x^3 + 2x + 1 = 0$ dengan galat mutlak kurang dari $1/8$.

23. Tunjukkan bahwa pernyataan berikut benar.

(a) $0 < |x - 9| < 3\varepsilon \implies |\sqrt{x} - 3| < \varepsilon$

(b) $0 < |x - 3| < \min \left\{ 1, \frac{\varepsilon}{6} \right\} \implies \left| \frac{1}{x} - \frac{1}{3} \right| < \varepsilon$.

24. Misalkan untuk setiap $\varepsilon > 0$ berlaku pernyataan berikut: $0 < |x - 1| < 3\varepsilon \implies |f(x) + 2| < \varepsilon$.

- (a) Limit fungsi apakah yang dideskripsikan oleh pernyataan di atas?
- (b) Tentukan suatu $\delta > 0$ yang memenuhi: jika $0 < |x - 1| < \delta$ maka $|2f(x) + 4| < \frac{1}{100}$.
- (c) Tentukan suatu $\delta > 0$ yang memenuhi: jika $0 < |x - 1| < \delta$ maka $|f(x) + x + 1| < \frac{1}{100}$.

Petunjuk: Gunakan ketaksamaan segitiga:

$$|f(x) + x + 1| \leq |f(x) + 2| + |x - 1|.$$