

1. Telaah Konsep.
- (a) Jika $g(x) = (f(x))^2$ dan $h(x) = f(x^2)$, maka $g'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ dan $h'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

(b) Turunan ke-3 dari $f(x) = x^5 + \sin x$ adalah $\underline{\hspace{2cm}}$

(c) Dengan turunan implisit terhadap x , jika $xy^2 + y = x^3$, maka $\underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} = 3x^2$.

(d) Jika x, y, z adalah tiga kuantitas yang berubah terhadap waktu t dan di setiap saat berlaku persamaan $x^2 + y^2 = z^2$, maka kaitan antara $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$ dan $\frac{dz}{dt}$ adalah $\underline{\hspace{2cm}}$

(e) Jika $y = f(x)$ suatu fungsi yang terdiferensialkan terhadap variabel bebas x , maka diferensial dari variabel y adalah $dy = \underline{\hspace{2cm}}$.

(f) Jika f terdiferensialkan di sekitar $x = a$, maka hampiran linear dari f di a adalah fungsi $L(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. Diketahui bahwa fungsi f dan g mempunyai turunan di setiap bilangan real. Data beberapa nilai fungsi f , g dan turunannya diberikan pada tabel berikut.

x	0	1	-1
$f(x)$	2	-1	0
$f'(x)$	4	2	3
$g(x)$	1	0	5
$g'(x)$	2	4	3

Hitung

- (a) $(g \circ f)'(1)$

(c) $(f \circ f)'(-1)$

(b) $(f \circ g)'(0)$

(d) $(g \circ g)'(1)$.
3. Tentukan turunan fungsi-fungsi berikut
- (a) $f(x) = (3x - 2)^7$

(c) $h(x) = \sin^3(2x + 3)$

(b) $f(x) = \sqrt{7x^2 + 3x}$

(d) $h(x) = \tan\left(\frac{1}{x^2 + 1}\right)$.
4. Tentukan dy/dx untuk y berikut ini.
- (a) $y = \sin(x^2)$

(c) $y = x \cos(x^2)$

(b) $y = \sin^2 x$

(d) $y = \frac{\sqrt{x}}{(3x + 1)^4}$.
5. Tentukan gradien garis singgung grafik persamaan berikut di titik P yang diberikan
- (a) $y = 2 \sin(5x)$; $P\left(\frac{\pi}{15}, \sqrt{3}\right)$

(b) $y = \frac{4x}{(x^2 + 1)^3}$; $P\left(1, \frac{1}{2}\right)$.
6. Tentukan turunan kedua dari fungsi-fungsi berikut
- (a) $f(x) = x^4 - 5x^3 + x^2 + 3x - 7$

(b) $f(x) = \sin(5x)$

(c) $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$

(d) $f(x) = \sqrt{3x + 5}$

(e) $f(x) = x \cos(x^3)$.

7. Misalkan posisi suatu partikel yang bergerak pada sumbu x pada waktu t adalah $x(t) = \sqrt{t^2 - t} + 4$.
- (a) Tentukan kecepatan awal (saat $t = 0$) partikel.

(b) Tentukan kecepatan dan percepatan gerak partikel tersebut saat $t = 1$.

(c) Tentukan kapan partikel bergerak ke arah kiri.

(d) Tentukan kapan partikel berhenti sesaat.

(e) Tentukan apakah percepatan partikel pernah sama dengan 0.
8. Hitung dy/dx dari persamaan berikut dengan menggunakan turunan implisit.
- (a) $y^2 + 4y = 3x + 4$

(c) $x^3 + y^3 = 4xy$

(b) $x^4 + y^4 = 1$

(d) $x^4 y = \sin(5x + y)$.
9. Tentukan persamaan garis singgung grafik persamaan berikut di titik A yang diberikan.
- (a) $y^2 - 3x^2 y = 0$; $A(-1, 3)$.

(b) $\tan(xy) = y$; $A(\pi/4, 1)$.
10. Tentukan $\frac{dy}{dx}$ dan $\frac{d^2y}{dx^2}$ (dalam x dan y) jika
- (a) $5y - y^4 = 3x$.

(b) $4y^2 - xy = 4x$.
11. Luas permukaan sebuah kubus bertambah dengan laju 72 cm²/detik. Tentukan seberapa cepat volume kubus tersebut berubah saat panjang sisinya 3 cm.
12. Sebuah tangga dengan panjang 5 meter bersandar pada dinding. Ujung bawah tangga didorong mendatar mendekati dinding dengan laju tetap 0,1 meter per detik. Tentukan seberapa cepat ketinggian ujung atas tangga berubah ketika jarak ujung bawah tangga ke dinding 3 meter.
13. Sebuah bola besi berjari-jari 5 cm dilapisi es dengan ketebalan seragam. Jika es tersebut mencair dengan laju 10 cm³ per menit, tentukan seberapa cepat ketebalan es berkurang ketika ketebalannya 1 cm. Tentukan juga seberapa cepat luas permukaan bagian luar es berkurang.
14. Sebuah *drone* terbang dengan ketinggian konstan 7 m dan bergerak sepanjang jalan yang lurus dengan laju konstan 1 m/s. Sebuah mobil bergerak dari arah berlawanan (mendekati *drone*). Pada suatu saat, jarak antara mobil dengan *drone* adalah 25 m. Jika pada saat tersebut, jarak antara mobil dengan *drone* berkurang dengan laju 15 m/s, tentukan kecepatan mobil pada saat itu.
- Petunjuk: Gunakan satu titik tetap di jalan sebagai acuan.
15. Suatu partikel bergerak sepanjang grafik fungsi $y = \sqrt{x}$ pada kuadran pertama sedemikian hingga jaraknya ke sumbu- y bertambah sebesar 3 satuan per detik. Misalkan θ adalah sudut yang

- dibentuk oleh sumbu- x positif dan ruas garis yang menghubungkan titik $(0,0)$ dengan partikel tersebut. Hitung $\frac{d\theta}{dt}$ ketika jarak partikel tersebut dengan sumbu- x adalah 2 satuan.
16. Sebuah tangki berbentuk kerucut terpancung mempunyai ketinggian 2 meter, jari-jari bagian bawah 0,5 meter, dan jari-jari bagian atas 1 meter. Ke dalam tangki dialirkan air dengan laju 0,5 liter per menit. Hitung laju perubahan tinggi permukaan air ketika tingginya 1 meter.
17. Seseorang dengan tinggi badan 1,6 meter berjalan menjauhi tiang lampu dengan kecepatan 0,5 meter per detik. Ketinggian lampu tersebut adalah 3 meter. Pada suatu saat, jarak orang tersebut dengan tiang lampu adalah 4 meter.
- (a) Tentukan laju perubahan panjang bayangan orang tersebut.
- (b) Tentukan kecepatan ujung bayangan orang tersebut.
18. Tentukan diferensial dy untuk $y = f(x)$ berikut
- (a) $y = 5x^3 + 3x$ (c) $y = \cos(x) + \tan(x)$
- (b) $y = \sqrt[3]{2x}$ (d) $y = \frac{x}{\sqrt{(2x-1)^3}}$
19. Hitunglah Δy dan dy jika
- (a) $y = x^4 + 2x$; $x = 2$, $dx = 0,1$
- (b) $y = \frac{1}{x}$; $x = -1$, $dx = 0,5$
- (c) $y = \sin(2x)$; $x = \pi/4$, $dx = -0.1$
(gunakan kalkulator untuk menghitung Δy)
20. Tentukan hampiran linear dari fungsi berikut di titik yang diberikan.
- (a) $f(x) = x^2 - x$, di $a = -1$
- (b) $g(x) = \sqrt{x+3}$, di $a = 1$
- (c) $h(x) = \sin(x) - \cos(x)$, di $a = \frac{\pi}{6}$
21. Gunakan diferensial atau hampiran linear untuk menaksir nilai-nilai berikut.
- (a) $\sqrt{63}$ (c) $\tan(-0.05)$
- (b) $\sqrt[3]{27.9}$ (d) $(0.998)^{20}$
- (e) $\sin(0.02) + \cos(0.01)$
22. Diketahui fungsi f terdiferensial di sekitar $x = 8$ dengan $f(8) = 1$ dan $f'(8) = 3$. Jika $g(x) = f(2x^2)$ dan $h(x) = (f(3x+2))^3$, tentukan $g'(2)$ dan $h'(2)$
23. Misalkan $f(x) = x^4 - 12x^2 - 2$. Tentukan titik $P(a,b)$ pada grafik fungsi f sehingga $f''(a) = 0$.
24. Misalkan $y = C_1 \cos(3x) + C_2 \sin(3x)$ dengan C_1 dan C_2 adalah konstanta. Hitung $\frac{d^2y}{dx^2} + 9y$. Jika $f(0) = -7$, $f'(0) = 5$, $f''(0) = -8$, $f'''(0) = 18$, tentukan nilai a, b, c, d .
25. Misalkan $f(x) = x^2 + xg(x)$, $f(1) = 5$, dan $g'(1) = -2$. Taksir nilai $f(1.02)$ dengan menggunakan hampiran linear.
26. Periode suatu pendulum T diberikan oleh rumus
- $$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$
- dengan L adalah panjang pendulum dan g adalah percepatan gravitasi. Jika panjang pendulum berkurang sebesar 0.5%, taksir persentase perubahan periode pendulum.