

1. Telaah konsep.
- (a) Suatu fungsi kontinu pada interval _____ selalu mempunyai nilai maksimum dan nilai minimum pada interval tersebut.

(b) Titik stasioner dari fungsi f adalah suatu bilangan c yang memenuhi _____.

(c) Titik singular dari fungsi f adalah suatu bilangan c sedemikian hingga _____.

(d) Nilai minimum dari $f(x) = |x - 1|$ pada interval $[0, 2]$ tercapai di $x =$ _____ yang merupakan titik _____.

(e) Jika $f'(x) > 0$ dan $f''(x) < 0$ pada interval buka I , maka f _____ dan _____ pada I .

(f) Jika $f''(x) = x^2(x - 2)$ maka f cekung ke atas pada _____ dan cekung ke bawah pada _____. Titik belok dari f adalah _____.

(g) Jika $f'(x) = x(x - 2)$, maka $f(0)$ adalah nilai _____ lokal dan $f(2)$ adalah nilai _____ lokal dari f .

(h) Luas persegi panjang dengan panjang x dan keliling 4 adalah $L(x) =$ _____ dengan daerah asal $D_L =$ _____. Luas maksimum persegi panjang tersebut adalah _____.

(i) Jika fungsi f _____ pada $[a, b]$ dan _____ pada (a, b) , maka terdapat $c \in (a, b)$ sehingga $f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$.

(j) Jika $F'(x) = f(x)$ untuk $x \in I$, maka anti-turunan umum dari f pada I adalah _____.

(k) Misalkan r adalah bilangan rasional dengan $r \neq -1$. Anti-turunan umum dari fungsi $f(x) = x^r$ adalah _____.

(l) Jika a dan b konstanta real, maka $\int (af(x) + bg(x)) \, dx =$ _____.

(m) Berdasarkan aturan rantai, $\int f'(g(x))g'(x) \, dx =$ _____.

(n) Jika $\frac{dy}{dx} = f(x)$, maka $y =$ _____.

(o) Persamaan diferensial $\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y^2}$ diselesaikan dengan metode _____.
2. Diberikan grafik fungsi dengan daerah asal berupa interval tertutup di bawah ini. Tentukan titik kritis, nilai minimum, dan nilai maksimum dari fungsi yang digambarkan pada grafik berikut.
-
3. Tentukan semua titik kritis, nilai maksimum, dan nilai minimum dari fungsi berikut dalam interval tertutup yang diberikan.
- (a) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 10$; $[-2, 1]$

(b) $g(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$; $[-1, 4]$

(c) $h(x) = x + \cos(2x)$; $[0, \pi]$

(d) $p(x) = 2x - 3x^{2/3}$; $[-1, 8]$
4. Tentukan interval kemonotonan dari fungsi-fungsi berikut di daerah asalnya.
- (a) $f(x) = x^2 - x - 2$

(b) $g(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x$

(c) $F(t) = \sin t, 0 \leq t \leq 2\pi$

(d) $G(t) = \frac{t - 1}{t^2}$

(e) $h(x) = x^{2/3} - x^{5/3}$
5. Tentukan interval kecekungan dan tentukan semua titik beloknya (jika ada).
- (a) $f(x) = \frac{2}{5}x^5 - \frac{4}{3}x^3$

(b) $f(x) = \frac{4x}{x^2 + 1}$

(c) $g(x) = 9x^{4/3} - 2x^2 + 1$
6. Tentukan semua titik kritis dari f kemudian gunakan uji turunan pertama atau kedua untuk menentukan titik-titik yang memberikan nilai maksimum lokal dan minimum lokal.
- (a) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$

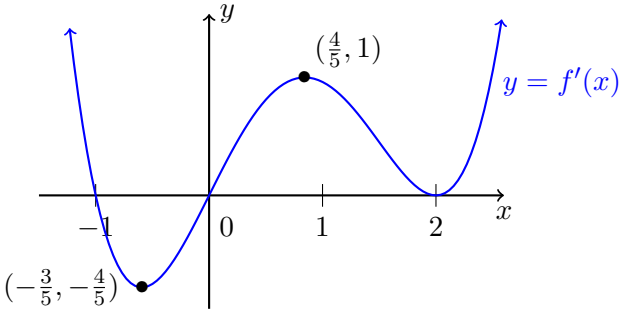
(b) $g(x) = 10x^{13/5} - 13x^2 + 4$

(c) $h(x) = \frac{4x - 3}{x^2 + 1}$

(d) $f(t) = 8 \sin t - \tan t + 1, -\pi/2 < t < \pi/2$

(e) $g(\theta) = \sin(2\theta) - 2 \cos \theta - 1, -\pi < \theta < \pi$
7. Tentukan interval kemonotonan, interval kecekungan dan titik ekstrem lokal dari fungsi-fungsi dengan turunan berikut.
- (a) $f'(x) = x^3(x - 1)(x - 2)$

(b) $g'(x) = \frac{x^2}{x - 1}$
8. Misalkan f suatu fungsi yang memiliki turunan di mana-mana dengan grafik turunan sebagai berikut.



- (a) Tentukan interval kemonotonan dan kecekungan dari fungsi f .

- (b) Tentukan titik ekstrem lokal dari f dan jenisnya.

(c) Tentukan semua nilai c sehingga $(c, f(c))$ adalah titik belok f .
9. Buatlah sketsa kurva berikut pada daerah asalnya.
- (a) $y = 6x^5 - 10x^3 + 2$

(c) $y = \frac{x}{x^2 - 9}$

(b) $y = 24x^{5/3} - 30x^{4/3}$

(d) $y = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x}$
10. Buatlah sketsa kurva berikut pada $[0, 2\pi]$.
- (a) $y = x - \sin(2x)$

(b) $y = 2 + \cos(2x) + 2 \sin(x)$
11. Sketsa grafik suatu fungsi yang memenuhi semua informasi yang diberikan:
- (i) f memiliki kontinu pada $[1, 5]$ dan memiliki turunan kedua pada $(1, 5)$;

(ii) $f(1) = f(5) = 3, f(2) = 0, f(3) = 1, f(4) = 2$;

(iv) $f'(2) = f'(4) = 0$;

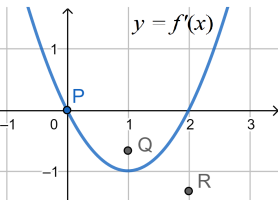
(iii) $f'(x) > 0$ pada $(2, 4)$ dan $(4, 5)$; $f'(x) < 0$ pada $(1, 2)$;

(v) $f''(x) < 0$ pada $(3, 4)$; $f''(x) > 0$ pada $(1, 2)$ dan $(4, 5)$.
12. Sketsalah grafik fungsi g dengan informasi berikut, kemudian tentukan titik maksimum lokal dan titik minimum lokal dari g .
- (i) f memiliki turunan kedua pada $(-\infty, \infty)$;

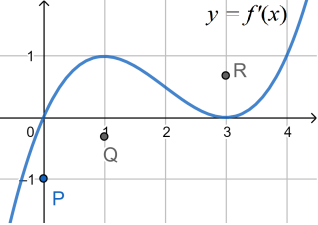
(ii) $f\left(-\frac{3}{2}\right) = 0, f(0) = 1, f(2) = \frac{5}{2}, f(3) = 4$ dan $f(5) = 0$;

(iii) $f'(0) = 0$ dan $f'(3) = 0$;

(iv) $f'(x) > 0$ pada $(-\infty, 0)$ dan pada $(0, 3)$, dan $f'(x) < 0$ pada $(3, \infty)$;

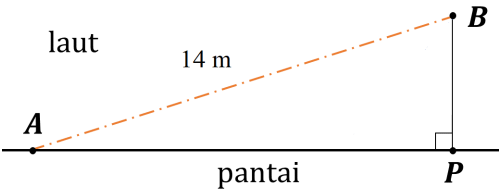
(v) $f''(x) > 0$ pada $(0, 2)$ dan $f''(x) < 0$ pada $(-\infty, 0)$ dan pada $(2, \infty)$.
13. Berdasarkan grafik $y = f'(x)$ yang diberikan, sketsa grafik $y = f(x)$ jika grafik fungsi f melalui titik P, Q , dan R .
- 

(a)



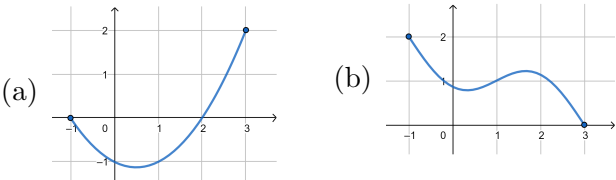
(b)
14. (a) Tentukan nilai maksimum dari perkalian dua bilangan real yang jumlahnya 6.
- (b) Tentukan nilai minimum dari penjumlahan dua bilangan real positif yang hasil kalinya 4.
15. Seorang peternak ingin memagari padang gembala yang terletak di tepi sebuah sungai. Padang gembala ini harus berbentuk persegi panjang dan mempunyai luas 20.000 meter persegi untuk menyediakan rumput yang cukup bagi domba-domba piaraannya. Jika daerah sepanjang sungai tidak perlu dipagari, berapa ukuran padang gembala tersebut agar kawat pagar yang dipergunakan paling kecil?
16. Sisi-sisi suatu persegi panjang yang terletak di dalam kurva $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ sejajar dengan sumbu-sumbu koordinat. Tentukan keliling minimum persegi panjang tersebut.
17. Jarak titik dengan kurva adalah jarak minimum titik tersebut ke suatu titik di kurva. Tentukan jarak titik $(2, 0)$ dengan kurva $y^2 = x^3 - 3x^2 + 5$.
18. Titik A terletak pada sumbu- x positif dan titik B pada sumbu- y positif sehingga garis AB melalui titik $(3, 3)$.
- (a) Tentukan panjang minimum segmen AB .

(b) Tentukan luas minimum segitiga OAB .
19. Suatu topi berbentuk selimut kerucut dibuat dengan menempelkan dua sisi lurus dari suatu juring lingkaran dengan sudut α . Tentukan nilai α yang memaksimumkan volume topi.
20. Seorang penjaga pantai berdiri di pinggir pantai (di titik A) dan melihat seorang anak tenggelam di laut sejauh 14 meter (di titik B). Jarak terdekat anak yang tenggelam itu dari bibir pantai adalah $BP = 4\sqrt{6}$ meter seperti pada sketsa di bawah.



Jika penjaga pantai sanggup berlari dengan kecepatan 5 meter per detik dan berenang dengan kecepatan 1 meter per detik. Tentukan waktu minimum yang dibutuhkan untuk menyelamatkan anak tersebut.

21. Tentukan semua nilai c yang memenuhi kesimpulan Teorema Nilai Rata-rata untuk turunan untuk fungsi dengan grafik pada gambar berikut di interval $[-1, 3]$.



22. Tentukan apakah Teorema Nilai Rata-rata untuk turunan berlaku pada fungsi dan interval berikut. Jika ya, carilah semua nilai c yang memenuhi teorema tersebut. Jika tidak, sebutkan alasannya.
- (a) $f(x) = x^2 - x + 1, [-1, 3]$

(b) $h(x) = x^{2/3}, [-8, 27]$

(c) $f(t) = t + \sin(2t), [0, \pi]$

(d) $g(x) = |x - 2|, [-1, 3]$
23. Budi melakukan perjalanan dengan mobil sejauh 140 km dalam dua jam dengan kecepatan awal 0 km/jam. Tunjukkan bahwa pada suatu saat, kecepatan mobil Budi tepat 70 km/jam.
24. Tentukan apakah pernyataan berikut benar dengan menggunakan definisi integral tak tentu.
- (a) $\int 6(2x + 1)^2 dx = (2x + 1)^3 + C$

(b) $\int \sqrt{2x + 1} dx = \sqrt{x^2 + x + C}$

(c) $\int \sqrt{2x + 1} dx = \frac{1}{3} (\sqrt{2x + 1})^3 + C$

(d) $\int \frac{1 - x^2}{(x^2 + 1)^2} = \frac{x}{x^2 + 1} + C$

(e) $\int \sec^2 x dx = \frac{1}{3} \sec^3 x + C$

(f) $\int \frac{x \cos x - \sin x}{x^2} dx = \frac{\sin x}{x} + C$
25. Tentukan integral tak tentu berikut
- (a) $\int \left(2x + \frac{1}{5} - \frac{2}{x^3} \right) dx$

(b) $\int \frac{(t + 1)\sqrt{t}}{t^2} dt$

(c) $\int \frac{2}{5} \sec \theta \tan \theta d\theta$

(d) $\int (\sin(2x) + 2 \cos x) dx$

(e) $\int x^2 \sqrt{x^3 + 4} dx$

(f) $\int (\tan t + \sec t)^{10} \sec t dt$
26. Selesaikan persamaan diferensial dengan kondisi yang diberikan berikut.
- (a) $\frac{dy}{dx} = x^2 + 1; y = 1$ di $x = 1$

(b) $\frac{dy}{dx} = \sin x; y = 1$ di $x = \pi$

(c) $\frac{dy}{dx} = \frac{6x - x^3}{2y}; y = 3$ di $x = 0$

(d) $\frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{x}{y}}; y = 4$ di $x = 1$

(e) $\frac{dy}{dx} = \frac{\cos x}{y}; y = \pi$ di $x = 0$

(f) $\frac{ds}{dt} = t^2 s^4; s = 1$ di $t = 1$
27. Selesaikan persamaan diferensial dengan kondisi yang diberikan berikut.
- (a) $\frac{d^2 y}{dx^2} = 0; y'(0) = 2, y(0) = 0$

(b) $\frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{2}{t^3}; r'(1) = 1, r(1) = 1$
28. Tentukan kurva $y = f(x)$ yang melalui titik $(9, 4)$ dan di setiap titik $(a, f(a))$, dengan $a > 0$, memiliki kemiringan garis singgung sebesar $3\sqrt{a}$.
29. Tentukan fungsi posisi $s(t)$ dari suatu benda yang bergerak sepanjang sumbu- x pada saat t jika diberikan kecepatan setiap saat $v(t)$ dan posisi pada suatu saat sebagai berikut.
- (a) $v = 10t + 5, s(0) = 0$

(b) $v = \sin(\pi t), s(0) = 0$

(c) $v = \frac{2}{\pi} \cos\left(\frac{2t}{\pi}\right), s(\pi^2) = 1$
30. Tentukan fungsi posisi suatu benda yang bergerak sepanjang sumbu- x pada saat t jika diberikan percepatan, kecepatan awal, dan posisi awal sebagai berikut
- (a) $a = t^2, v(0) = -3, s(0) = 0$

(b) $a = \sin(2t) - 3 \cos(t), v(0) = 2, s(0) = 1$
31. Suatu benda dilemparkan ke atas dari ketinggian 10 meter dengan kecepatan awal 5 m/s. Asumsikan bahwa percepatan gravitasi adalah 10 m/s².
- (a) Tentukan ketinggian benda setiap saat.

(b) Tentukan kapan benda mencapai ketinggian maksimum dan tentukan ketinggian maksimumnya.

(c) Tentukan kecepatan benda pada saat benda menyentuh tanah.
32. Sebuah tangki pada awalnya berisi air penuh sebanyak 200 galon. Tangki tersebut kemudian mengalami kebocoran sehingga air keluar dari tangki dengan laju $V'(t) = 20 - t$, dengan t diukur dalam jam dan V dalam galon.
- (a) Tentukan volume air yang keluar antara jam ke 10 sampai jam ke 20.

(b) Tentukan lama waktu yang dibutuhkan hingga tangki tersebut kosong.
33. Tentukan perlambatan (konstan) yang diperlukan oleh sebuah mobil yang sedang melaju dengan kecepatan 20 meter/detik agar dapat berhenti tepat dalam jarak 50 meter.