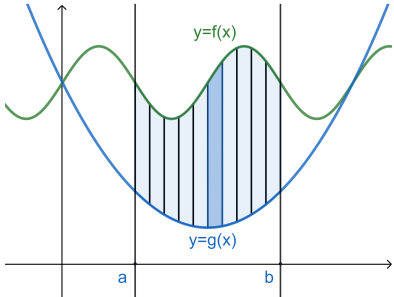


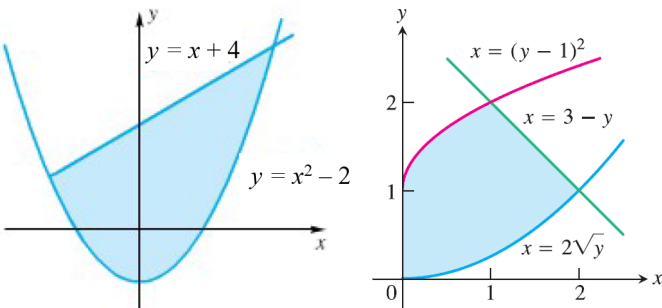
1. Telaah konsep

- (a) Suatu daerah dibatasi oleh kurva $y = f(x)$, $y = g(x)$, dan garis $x = a$ dan $x = b$.



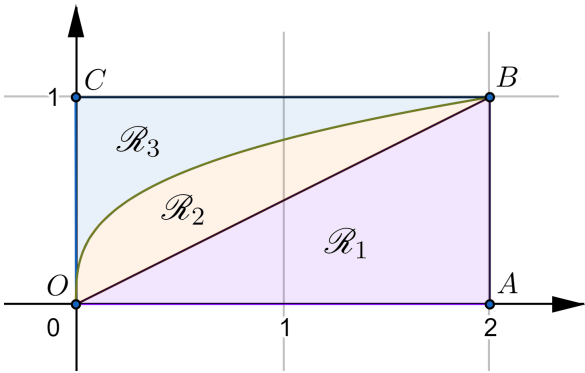
- Jika daerah tersebut dipotong secara vertikal, maka luas satu potongan adalah $\Delta A \approx \rule{1cm}{0.4pt}$ dan total luas daerah adalah $A = \rule{1cm}{0.4pt}$.
- (b) Volume sebuah tabung dengan jari-jari r dan ketebalan h adalah $\rule{1cm}{0.4pt}$.
- (c) Tinjau benda pejal yang dihasilkan jika daerah di soal (a) diputar terhadap sumbu koordinat.
- (i) Jika diputar terhadap sumbu- x , maka benda pejal yang diperoleh dengan memutar satu potongan memiliki volume $\Delta V \approx \rule{1cm}{0.4pt}$ dan total volume benda pejal adalah $V = \rule{1cm}{0.4pt}$.
- (ii) Jika diputar terhadap sumbu- y , maka $\Delta V \approx \rule{1cm}{0.4pt}$ dan $V = \rule{1cm}{0.4pt}$.
- (d) Daerah di soal (a) merupakan alas suatu benda pejal dengan irisan sejajar sumbu- y berbentuk persegi. Jika benda tersebut dipotong-potong mengikuti potongan alasnya, maka volume satu potongan adalah $\Delta V \approx \rule{1cm}{0.4pt}$ dan volume total benda pejal adalah $V = \rule{1cm}{0.4pt}$.
- (e) Suatu benda dipindahkan sepanjang garis lurus dari posisi $x = a$ ke posisi $x = b$. Jika gaya yang dilakukan pada posisi x adalah $F(x)$, maka kerja/usaha yang dilakukan untuk memindahkan benda tersebut dari posisi x ke posisi $x + \Delta x$ adalah $\Delta W \approx \rule{1cm}{0.4pt}$ dan total usaha yang dilakukan adalah $W = \rule{1cm}{0.4pt}$.
- (f) Suatu tangki yang berbentuk tabung dengan jari-jari r dan tinggi h penuh berisi cairan dengan berat jenis δ . Jika cairan di dalam tangki dipotong-potong secara horizontal, maka usaha yang diperlukan untuk memindahkan satu potongan ke tepi atas tangki adalah $\Delta W \approx \rule{1cm}{0.4pt}$ dan usaha total yang diperlukan untuk mengosongkan tangki tersebut adalah $W = \rule{1cm}{0.4pt}$.

2. Tentukan luas daerah yang diarsir pada gambar berikut.



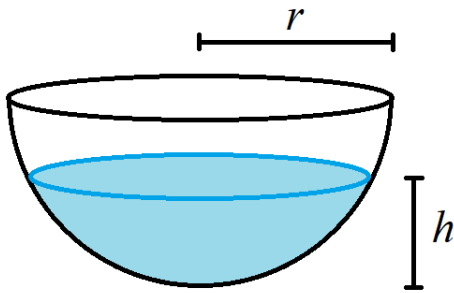
3. Untuk masing-masing soal berikut, tentukan luas daerah yang dibatasi oleh kurva-kurva yang diberikan dengan terlebih dahulu membuat sketsa dari daerah yang dimaksud.
- (a) $y = x - 1$, $y = 5 - x^2$, dan $y = 1$
- (b) $y = \sqrt{x + 1}$, $y = \sqrt{3 - x}$, dan $y = 0$
- (c) $y = \cos x$, $y = \sin(2x)$, $x = -\frac{\pi}{2}$, dan $x = \frac{\pi}{6}$
- (d) $y = x + 6$, $y = x^3$, dan $2y + x = 0$
4. Tentukan volume dari benda pejal yang diperoleh dengan memutar daerah yang dibatasi oleh kurva-kurva yang diberikan terhadap sumbu yang ditentukan.
- (a) $y = 1 - x^2$ dan $y = 0$ terhadap sumbu- x
- (b) $x = y^2$ dan $x = 2y$ terhadap sumbu- y
- (c) $y = |x|$ dan $y = 1$ terhadap $x = 1$
- (d) $y = \sqrt{x + 1}$, $y = 1 - x$, dan $y = 0$ terhadap $y = -1$
5. Misalkan S adalah daerah di kuadran I yang dibatasi oleh parabola $y = x^2$, sumbu- y , dan garis $y = 4$. Hitunglah volume dari benda pejal yang dihasilkan jika daerah S diputar terhadap garis berikut.
- (a) $x = 5$ (c) $y = -1$
- (b) $x = -3$ (d) $y = 7$

6. Dalam gambar berikut, persegi panjang $OABC$ dibagi menjadi tiga daerah yang dibatasi oleh kurva $y = \sqrt[3]{\frac{x}{2}}$ dan garis $y = \frac{x}{2}$. Tentukan volume benda putar yang diperoleh dengan memutar daerah yang diberikan terhadap sumbu putar yang diberikan.



- (a) $\mathcal{R}_1$ terhadap BC (d) $\mathcal{R}_1$ terhadap OC
- (b) $\mathcal{R}_2$ terhadap OA (e) $\mathcal{R}_2$ terhadap AB
- (c) $\mathcal{R}_3$ terhadap BC (f) $\mathcal{R}_3$ terhadap AB
7. Daerah di kuadran pertama yang dibatasi oleh sumbu- y , kurva $y = \cos(x^2)$, $y = \sin(x^2)$, dan garis $x = \sqrt{\frac{\pi}{4}}$, diputar terhadap sumbu- y . Tentukan volume benda putar yang dihasilkan.
8. Gunakan integral untuk membuktikan bahwa volume kerucut dengan jari-jari r dan tinggi h adalah $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ dengan menggunakan
- (a) metode cakram,
- (b) metode kulit tabung.

9. Suatu wadah berbentuk setengah bola berjari-jari r berisi air sampai ketinggian h .



Buktikan bahwa volume air di dalam wadah tersebut adalah $\frac{1}{3}\pi h^2(3r - h)$.

10. Alas sebuah benda pejal adalah daerah di kuadran I yang dibatasi oleh sumbu- y , kurva $y = \sin x$, dan $y = \cos x$. Jika penampang yang tegak lurus dengan sumbu- x selalu berbentuk persegi, hitunglah volume benda tersebut.

11. Alas sebuah benda pejal adalah daerah di bidang koordinat yang dibatasi oleh parabola $y^2 = 4 - x$ dan garis $y = x + 2$. Hitunglah volume benda pejal tersebut jika penampang yang sejajar dengan sumbu- x selalu berbentuk
(a) segitiga sama sisi, (b) setengah lingkaran.

12. Sebuah pegas mempunyai panjang alami 2 m. Untuk menarik pegas hingga panjangnya menjadi 2,1 m diperlukan gaya sebesar 30 N.
(a) Tentukan konstanta pegas.
(b) Hitung kerja/usaha yang diperlukan untuk menarik pegas dari panjang alami menjadi sepanjang 2,5 m.
(c) Hitung usaha yang diperlukan untuk menarik pegas dari panjang 2,5 menjadi 2,75 m.

13. Sebuah kabel homogen mempunyai panjang 10 m dan berat jenis 1 Newton per meter. Kabel tersebut menjuntai dari atas suatu gedung yang tingginya 10 m juga. Hitung usaha yang diperlukan untuk menarik semua kabel tersebut ke atas gedung.

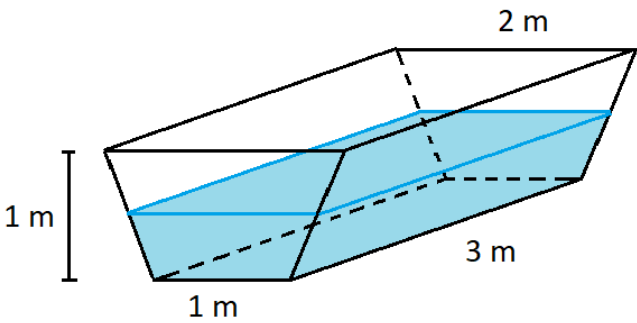
14. Suatu tali tambang dengan berat jenis 15 N/m digunakan untuk menarik benda dengan berat 1000 N dari dasar sumur dengan kedalaman 20 m dari permukaan tanah. Tentukan integral yang menyatakan

kerja yang dilakukan untuk menarik benda tersebut sampai kedalaman 10 m dari permukaan tanah.

15. Suatu ember hendak digunakan untuk mengangkat air. Ember tersebut mempunyai massa 0,5 kg dan mula-mula dalam ember terdapat 5 kg air. Ember ditarik ke atas (dengan kecepatan konstan) sampai ke ketinggian 20 m dengan menggunakan tambang yang memiliki berat jenis 0,5 N/m.
(a) Hitung usaha yang dilakukan untuk mengangkat ember sampai ketinggian 10 m.
(b) Pada ketinggian 10 m ember tersebut bocor, sehingga air keluar dari ember dengan laju konstan. Jika air dalam ember habis tepat ketika ember mencapai ketinggian 20 m, hitunglah usaha total yang telah dilakukan (mulai awal mengangkat ember).

16. Sebuah tangki berbentuk kerucut terbalik dengan tinggi 5 m dan jari-jari 2 m berisi air setinggi
(a) 3 m, (b) 5 m.
Hitunglah kerja/usaha yang diperlukan untuk mengosongkan air dengan memompa semua air ke tepi atas tangki (asumsikan bahwa berat jenis air adalah 10.000 N/m³).

17. Sebuah tempat penampungan air memiliki penampang vertikal berbentuk trapesium sama kaki memiliki panjang sisi sejajar 2 meter dan 1 meter, dan tinggi 1 meter. Panjang tempat penampungan air tersebut adalah 3 meter.



Tempat penampungan air tersebut berisi air setinggi 0,5 meter. Hitunglah kerja/usaha yang dilakukan untuk memompa air di dalam tangki hingga
(a) tepi atas tangki,
(b) ketinggian 1 meter di atas tangki.