

1. Telaah konsep

- (a) $f(x) = \ln x$ didefinisikan dengan $f(x) = \rule{1cm}{0.4pt}$.

(b) Misalkan $f(x) = \ln x$. Daerah asal f adalah $\rule{1cm}{0.4pt}$ dan daerah hasilnya adalah $\rule{1cm}{0.4pt}$.

(c) Untuk $x \neq 0$, $D_x(\ln |x|) = \rule{1cm}{0.4pt}$. Kita simpulkan bahwa $\int \frac{1}{x} dx = \rule{1cm}{0.4pt}$.

(d) Beberapa sifat fungsi $\ln$ adalah $\ln(ab) = \rule{1cm}{0.4pt}$, $\ln(a/b) = \rule{1cm}{0.4pt}$, dan $\ln(a^r) = \rule{1cm}{0.4pt}$.

(e) Fungsi $f(x) = x^2$ tidak memiliki invers pada $(-\infty, \infty)$ karena $\rule{1cm}{0.4pt}$, sedangkan $g(x) = x^2$ pada $(-\infty, 0]$ memiliki invers dengan $g^{-1}(x) = \rule{1cm}{0.4pt}$.

(f) Jika f memiliki invers pada interval I dan $a \in I$ dengan $f(a) = b$, maka $(f^{-1})'(b) = \rule{1cm}{0.4pt}$.

(g) Jika $y = 1 + \ln(x)$, maka $x = \rule{1cm}{0.4pt}$.

(h) Untuk setiap $x > 0$ berlaku $e^{\ln x} = \rule{1cm}{0.4pt}$.

(i) Untuk setiap bilangan real x berlaku $\ln(e^x) = \rule{1cm}{0.4pt}$.

(j) Jika $f(x) = e^x$, maka $f'(x) = \rule{1cm}{0.4pt}$ dan $\int f(x) dx = \rule{1cm}{0.4pt}$.

(k) Fungsi π^x didefinisikan sebagai $\rule{1cm}{0.4pt}$, sehingga $D_x(\pi^x) = \rule{1cm}{0.4pt}$ dan $\int \pi^x dx = \rule{1cm}{0.4pt}$.

(l) Jika $y = \log_3 x$, maka $\frac{dy}{dx} = \rule{1cm}{0.4pt}$.

(m) Jika populasi suatu koloni bakteri bertumbuh menjadi dua kali lipat setiap 5 menit, maka setelah 25 menit populasi koloni tersebut akan menjadi $\rule{1cm}{0.4pt}$ kali lipat dari populasi semula.

(n) Daerah hasil fungsi $f(x) = \sin^{-1} x$ adalah $\rule{1cm}{0.4pt}$.

(o) $\cosh x = \rule{1cm}{0.4pt}$ sehingga $D_x(\cosh x) = \rule{1cm}{0.4pt}$ dan $\int \cosh x dx = \rule{1cm}{0.4pt}$.

2. Gunakan hampiran $\ln 2 \approx 0,693$ dan $\ln 3 \approx 1,099$ untuk menghampiri nilai berikut.

- (a) $\ln 6$

(c) $\ln 4$

(e) $\ln 36$

(b) $\ln \left(\frac{2}{3}\right)$

(d) $\ln(\sqrt{3})$

(f) $\ln \left(\frac{4}{27}\right)$

3. Tentukan turunan dari fungsi-fungsi berikut

- (a) $g(x) = \ln(5x + 7)$

(b) $h(x) = \ln(x^2 + x + 3)$

(c) $F(x) = \ln(\sqrt{1 - x^2})$

(d) $G(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$

(e) $f(x) = \ln |\sec x + \tan x|$

4. Tentukan integral berikut

- (a) $\int \frac{1}{4x - 3} dx$

(d) $\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$

(b) $\int \frac{1}{1 - x} dx$

(e) $\int \cot x dx$

(c) $\int \frac{t}{t^2 + 4} dt$

(f) $\int_0^{\pi/4} \frac{\cos x}{1 + \sin x} dx$

5. Tentukan $\frac{dy}{dx}$ dengan menggunakan turunan logaritmik.

- (a) $y = \frac{x(x - 1)^2}{\sqrt{x^3 - 1}}$

(c) $y = \frac{\sqrt{3 - 2 \sin x}}{x^2 + 4x + 4}$

(b) $y = \frac{(x + 1)^{4/3}(3x^2 + 1)^2}{\sqrt{x - 1}}$

6. Tentukan daerah asal dari fungsi-fungsi berikut, kemudian sketsa grafiknya.

- (a) $f(x) = \ln |x|$

(c) $g(x) = \ln \left(\frac{1}{x}\right)$

(b) $f(x) = \ln \sqrt{x}$

(d) $g(x) = \ln(1 - x)$

7. Tentukanlah invers dari fungsi-fungsi berikut.

- (a) $f(x) = 2 + 3x^3$

(b) $g(x) = \frac{x + 4}{5x - 3}$

(c) $h(x) = 2x^2 + 4x + 3$ pada $(-\infty, -1)$

(d) $p(x) = x - \frac{1}{x}$ pada $(0, \infty)$

8. Tunjukkan bahwa fungsi-fungsi f berikut memiliki invers pada daerah asal alaminya dan tentukan $(f^{-1})'(a)$ di titik a yang diberikan.

- (a) $f(x) = x^3 + x + 10$; $a = 10$

(b) $f(x) = \sin(x) - 2x$; $a = 2\pi$

(c) $f(x) = \int_1^x \frac{2}{\sqrt{t^2 + 1}} dt$; $a = 0$

9. Misalkan f fungsi yang kontinu dan monoton naik dengan daerah asal $(-1, 2)$ dan memiliki asimtot tegak $x = -1$ dan $x = 2$. Tentukan asimtot datar dari f^{-1} .

10. Tentukan $\frac{dy}{dx}$ untuk persamaan berikut.

- (a) $y = e^{x+2}$

(d) $y = e^{x^2}$

(b) $y = e^{2x+1}$

(e) $y = x^2e^{-x}$

(c) $y = e^{-x}$

(f) $y = \frac{e^{3x} + e^{-3x}}{2}$

11. Tentukan hampiran linear dari $f(x) = e^x$ di sekitar $x = 0$, kemudian taksirlah nilai $e^{0,1}$.

12. Sketsa grafik fungsi-fungsi berikut.

- (a) $f(x) = e^{3x}$

(c) $h(x) = e^x - e^{-x}$

(b) $g(x) = e^x + e^{-x}$

(d) $F(x) = \int_0^x e^{-t^2} dt$

13. Tentukan integral berikut.

(a) $\int e^{-x} \, dx$

(d) $\int x e^{-x^2} \, dx$

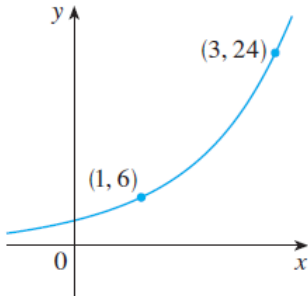
(b) $\int (e^x + e^{-x}) \, dx$

(e) $\int \frac{e^x}{2e^x + 4} \, dx$

(c) $\int_0^1 e^{3x} \, dx$

(f) $\int_1^2 x^{-2} e^{3/x} \, dx$

14. Tentukan fungsi eksponensial berbentuk $y = Ca^x$ yang grafiknya sebagai berikut.



15. Tentukan solusi dari persamaan berikut.

Petunjuk: $\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b$

(a) $\log_5 x = 2$

(b) $\log_x 81 = 4$

16. Tentukan turunan dari fungsi-fungsi berikut.

(a) $f(x) = x^9 + 9^x$

(d) $F(x) = \log_2(x^4 + 1)$

(b) $g(x) = 2^{x^2+1}$

(e) $G(x) = x^x$

(c) $h(x) = \log_3 x$

(f) $H(x) = (x^2 + 1)^{\ln x}$

17. Tentukan integral berikut.

(a) $\int (x^3 + 3^x) dx$

(c) $\int t 2^{t^2} \, dt$

(b) $\int 5^{2x-1} dx$

(d) $\int_4^9 x^{-1/2} 3^{\sqrt{x}} \, dx$

18. Tentukan solusi persamaan diferensial dengan kondisi berikut.

(a) $\frac{dy}{dt} = 4y, \, y(0) = 6$

(b) $\frac{dy}{dt} = 0,05y, \, y(1) = 3$

(c) $\frac{dy}{dt} = -2y, \, y(0) = 7$

19. Jumlah penduduk suatu negara pada tahun 1790 adalah 3,9 juta jiwa dan jumlah penduduknya pada tahun 1960 adalah 178 juta jiwa. Jika laju pertumbuhan penduduk negara tersebut diasumsikan proporsional terhadap jumlah penduduk, tentukan jumlah penduduk negara tersebut pada tahun 2000.

20. Suatu populasi bertambah dengan laju sebanding dengan banyaknya populasi. Setelah 5 tahun banyaknya populasi menjadi 164.000 dan setelah 12 tahun banyaknya populasi adalah 235.000. Tentukan banyaknya populasi awal.

21. Suatu zat radioaktif mempunyai waktu paruh 700 tahun. Jika mula-mula terdapat 10 gram zat radioaktif ini, seberapa banyak zat ini tersisa setelah 300 tahun?

22. Suatu benda diletakkan di luar rumah pada musim dingin sehingga temperaturnya menjadi -20°C . Pada pukul 8 pagi benda tersebut dibawa ke dalam ruangan bertemperatur 24°C . Lima menit kemudian, temperatur benda menjadi 0°C . Pada pukul berapakah temperatur benda mencapai 16°C ?

23. Tentukan solusi dari masing-masing persamaan diferensial berikut.

(a) $\frac{dy}{dx} + 2y = e^x$

(b) $y' + y \tan x = \sec x$

(c) $y' = e^{2x} - 3y; \, y = 1$ ketika $x = 0$.

(d) $xy' + (1 + x)y = e^{-x}; \, y = 0$ ketika $x = 1$.

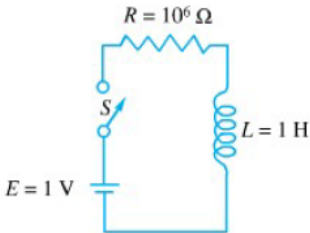
24. Sebuah tangki berisi 120 galon air murni. Suatu larutan garam dengan konsentrasi 1 pound garam per galon dialirkan ke dalam tangki dengan laju 4 galon/menit. Pada saat yang sama dari tangki keluar larutan dengan laju 6 galon/menit (asumsikan larutan yang berada dalam tangki teraduk sempurna).

- (a) Berapakah banyak garam yang terlarut dalam tangki setelah t menit untuk $0 \leq t < 60$?

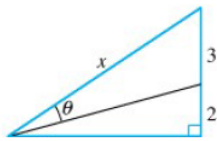
(b) Hitung limit dari konsentrasi garam di dalam tangki ketika t menuju 60 (dari kiri).

25. Pada awalnya tangki A berisi 100 galon larutan yang mengandung 50 pound garam, sedangkan tangki B berisi 200 galon larutan yang mengandung 150 pound garam. Air murni kemudian dialirkan ke dalam tangki A dengan laju 2 galon per menit. Pada saat yang sama larutan pada tangki A dialirkan ke dalam tangki B dengan laju yang sama. Demikian pula larutan dalam tangki B mengalir keluar dengan laju tersebut. Asumsikan bahwa pada setiap saat larutan pada tangki A dan B teraduk secara sempurna. Tentukan banyaknya kandungan garam pada tangki A dan B pada setiap menit.

26. Tentukan besar arus I sebagai fungsi dari waktu pada rangkaian dibawah ini ketika saklar S ditutup jika $I = 0$ ketika $t = 0$.



27. Nyatakan θ dalam x dengan menggunakan fungsi-fungsi invers trigonometri.



28. Tanpa menggunakan kalkulator, hitunglah

- (a) $\sin^{-1}\left(\cos\frac{\pi}{6}\right),$
- (b) $\cos\left[2\sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)\right],$
- (c) $\cot\left(2\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)\right).$

29. Hitunglah limit fungsi invers trigonometri berikut.

- (a) $\lim_{x\rightarrow\frac{1}{2}}\cos^{-1}x$

(c) $\lim_{x\rightarrow\infty}\tan^{-1}x$
- (b) $\lim_{x\rightarrow 1^-}\sin^{-1}x$

(d) $\lim_{x\rightarrow-\infty}\sec^{-1}x$

30. Tentukan $\frac{dy}{dx}$ untuk fungsi $y = f(x)$ berikut.

- (a) $y = \sin^{-1}(x - 1)$

(c) $y = x \tan^{-1}(e^x)$
- (b) $y = \cos^{-1}(x^2)$

(d) $y = \sec^{-1}(x^2 + 1)$

31. Hitung masing-masing integral berikut.

- (a) $\int_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$
- (b) $\int_{-\sqrt{3}/3}^{\sqrt{3}} \frac{1}{1+x^2}\,dx$

32. Buktikan identitas berikut.

- (a) $e^{2x} = \cosh 2x + \sinh 2x$
- (b) $\cosh(x + y) = \cosh x \cosh y + \sinh x \sinh y$
- (c) $\cosh 2x = \cosh^2 x + \sinh^2 x$

33. Tentukan turunan atau integral berikut.

- (a) $D_x\left(\sinh^{-1}(x+1)\right)$

(d) $\int_0^{\ln 2} \tanh(2x)\,dx$
- (b) $\int \sinh(3x+2)\,dx$

(e) $\int \operatorname{sech}^2\left(x-\frac{1}{2}\right)\,dx$
- (c) $D_x\left(\cosh^{-1}\left(x^2+1\right)\right)$